



Einblicke in die Teilchenphysik

1. Einführung
2. Beschleuniger
3. Detektoren
4. Bewegungsgleichungen und Symmetrien
- 5. Das Quark-Modell und die CKM-Matrix**
6. CP-Verletzung im Standardmodell
7. Proton- und Photonstruktur
8. Elektroschwache Präzisionsmessungen
9. Das Higgs-Boson
10. Neutrino-Massen und Neutrino-Oszillationen



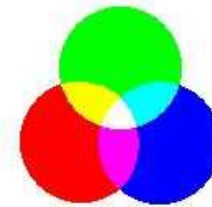
Der Quark-Baukasten zur Konstruktion von Hadronen

Welche Bausteine gibt es

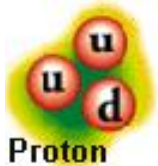
- Quarks, q , kommen in drei Farben vor **Rot**, **Grün** oder **Blau**.
- Antiquarks, \bar{q} , haben Antifarbe, Antirot (**cyan**), Antigrün (**Magenta**) oder Antiblau (**gelb**).
- Quarks haben eine elektrische Ladung Q von $+2/3$ (u,c,t) oder $-1/3$ (d,s,b) und $Q_q = -Q_{\bar{q}}$

Die Bauregeln

- Es gibt nur farblose Teilchen (drei Farben oder Farbe-Antifarbe).
- Es gibt nur Teilchen mit ganzzahliger elektrischer Ladung.

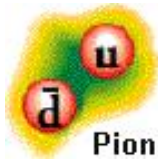


Einfachste Gebilde



Proton

$$p = uud \quad \text{und} \quad Q = +2/3 + 2/3 - 1/3 = 1.$$



Pion

$$\pi^+ = u\bar{d} \quad \text{und} \quad Q = +2/3 + 1/3 = 1.$$



Vom Pauli-Prinzip zum Farbfreiheitsgrad

Das Problem

- Betrachte die Delta Resonanz: $|\Delta^{++}\rangle = |uuu\rangle|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$, mit $J_z = \frac{3}{2}$, und $L = 0$.
- Die Wellenfunktion ist symmetrisch beim Austausch zweier Teilchen, was bedeutet, dass mindestens zwei Fermionen sich im gleichen Zustand befinden.
- Dies ist im Widerspruch zum Pauli-Prinzip, welches als Konsequenz eine total antisymmetrische Wellenfunktion verlangt.

Die Lösung

- Das kann nur erfüllt werden, wenn es einen neuen Freiheitsgrad gibt, der antisymmetrisch unter Austausch zweier Quarks ist, die **Farbe** (Color).

Die Wellenfunktion: $|\Psi\rangle = q^i |e_i\rangle$

Die Basisvektoren: $|e_i\rangle = |R\rangle, |G\rangle, |B\rangle$

Die Transformationen: $q^{i'} = U_j^i q^j$ mit $U = e^{-i\theta_i \lambda_i / 2}$ der Gruppe $SU(3)_C$.

- Es gibt drei Basisvektoren, damit sind die acht Generatoren 3×3 Matrizen.

Die Konsequenz

- Das Studium der Gruppenstruktur der Transformationen liefert als Ergebnis, dass die Kombinationen $|qqq\rangle$ und $|q\bar{q}\rangle$ farbneutrale Zustände bilden, nicht aber $|qq\rangle$ oder $|qq\bar{q}\rangle$.



Die Generatoren der Gruppe $SU(3)_C$

- Es gibt 8 linear unabhängige, spurfreie, hermitesche, $\lambda_i = \lambda_i^\dagger$, Generatoren.

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

- Wähle als Eigenvektoren: $|R\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|G\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|B\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Sie sind Eigenzustände zu den Diagonalmatrizen λ_3 und λ_8 .

$$\text{Beispiel: } \lambda_3 |G\rangle = -|G\rangle$$

- Zusätzlich gibt es Leiteroperatoren, die die Farben ineinander umwandeln.

$$\text{Beispiel: } \frac{1}{2}(\lambda_1 + i\lambda_2)|G\rangle = |R\rangle$$

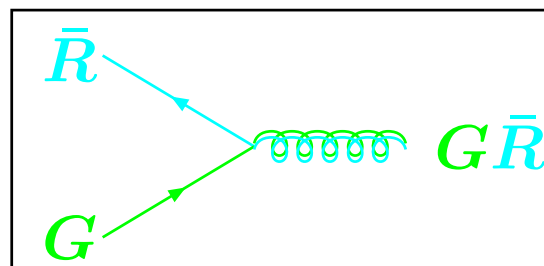
Damit haben wir Farbzustände und die Möglichkeit sie ineinander umzuwandeln.



Die Kombinationen aus Farbe und Antifarbe

- Nimmt man kombinierte Zustände aus Farbe und Antifarbe, so lassen sich neun linear unabhängige Zustände bilden.
- Es gibt ein Farb-Singulett: $\frac{1}{\sqrt{3}} (|R\bar{R}\rangle + |G\bar{G}\rangle + |B\bar{B}\rangle)$, das mit dem Farbanteil der Wellenfunktion der Mesonzustände $|q\bar{q}\rangle$ identifiziert wird.
- Es gibt ein Farb-Oktett: $|G\bar{B}\rangle$, $|R\bar{B}\rangle$, $-|G\bar{R}\rangle$, $\frac{1}{\sqrt{2}} (|G\bar{G}\rangle - |R\bar{R}\rangle)$, $\frac{1}{\sqrt{6}} (|R\bar{R}\rangle + |G\bar{G}\rangle - 2|B\bar{B}\rangle)$, $|R\bar{G}\rangle$, $|B\bar{R}\rangle$, $|B\bar{G}\rangle$, das mit den 8 Gluonen identifiziert wird.
- Die Gluonen sind die Austauscheteilchen. Sie sind masselose Bosonen mit Spin = 1. Sie tragen Farb- und Antifarbladung, aber keine Flavourinformation.
- Ein Quark-Gluon Vertex:

$$q\bar{q} \rightarrow g$$



- Am Vertex gilt Flavouererhaltung, z.B. $u\bar{c} \rightarrow g$ existiert nicht.

Die $SU(3)_C$ liefert in natürlicher Weise einen farbneutralen Zustand und 8 Gluonen.



Asymptotische Freiheit und Confinement

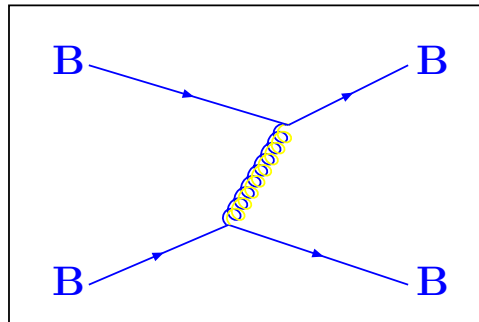
- Versuch der Beschreibung der qq und $q\bar{q}$ Kopplungen mittels eines Potentials analog zur QED: $V = c_F \frac{\alpha_s}{r}$

Quark-Quark:

$$qq \rightarrow qq$$

$$c_F(qq) = +\frac{1}{3} > 0$$

\Leftrightarrow Abstoßung

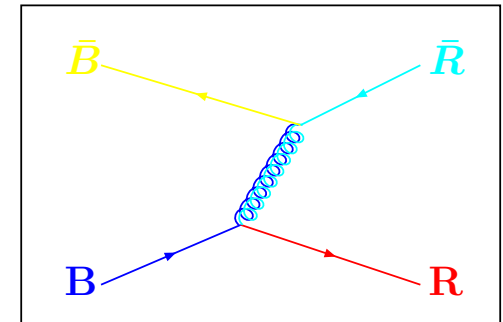


Quark-Antiquark:

$$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$$

$$c_F(q\bar{q}) = -\frac{4}{3} < 0$$

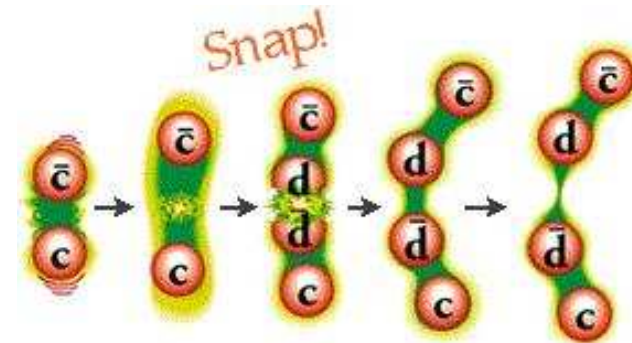
\Leftrightarrow Anziehung



- Für $q\bar{q}$ erlaubt dies also gebundene Zustände von Quark-Antiquark in Mesonen. Es gibt aber keine gebundenen Quark-Quark Zustände.
- Das ist noch nicht genug, denn es wurden keine freien Quarks gefunden. Um dies zu verhindern muß das Potential durch einen zusätzlichen Term ergänzt werden:

$$V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \sigma r \quad \text{mit} \quad \sigma = 1 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}}$$

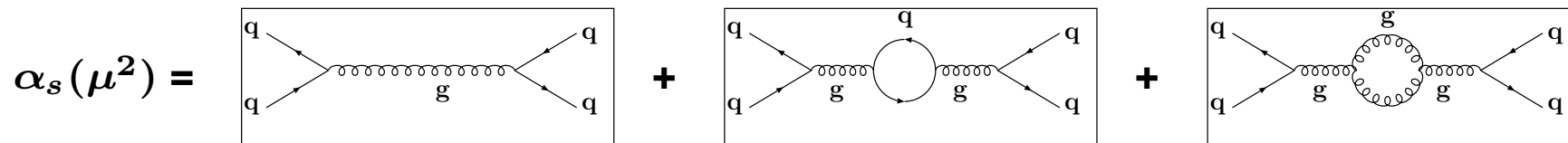
- Für große Abstände, $r \gg \sigma$, liefert dies eine konstante Kraft, analog der Kraft im Kondensator. Die Quarks sind also gefangen, **Confinement**.
- Was passiert wenn der Abstand zu groß wird? Dann reicht die Energie für die $q\bar{q}$ Paarerzeugung.





Die laufende Kopplungskonstante

- Die Kopplung α_s ist nicht konstant, sondern hängt vom Impulsübertrag Q^2 ab, $\alpha_s(Q^2)$.
- Die folgenden Terme tragen zum Gluon-Propagator bei:

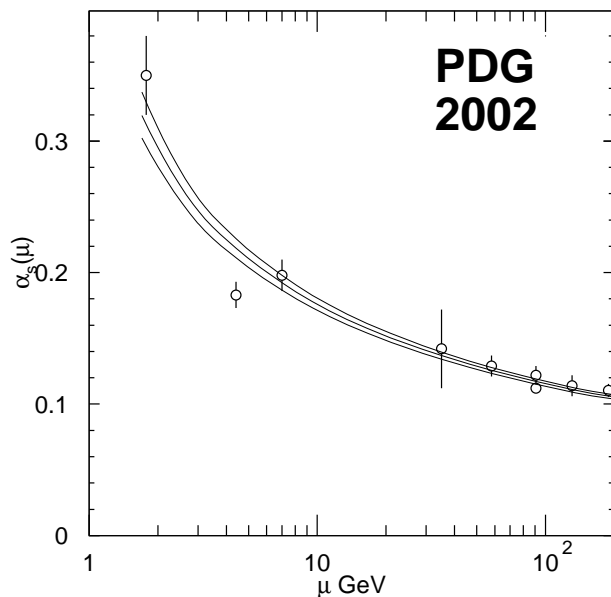


- Die Formel in niedrigster Ordnung

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \log \frac{\mu^2}{\Lambda^2}}$$

mit $\Lambda = \mathcal{O}(200)$ MeV, liefert einen Abfall mit μ^2 , für $n_f < 17$, $f = d, u, s, c, b, t$.

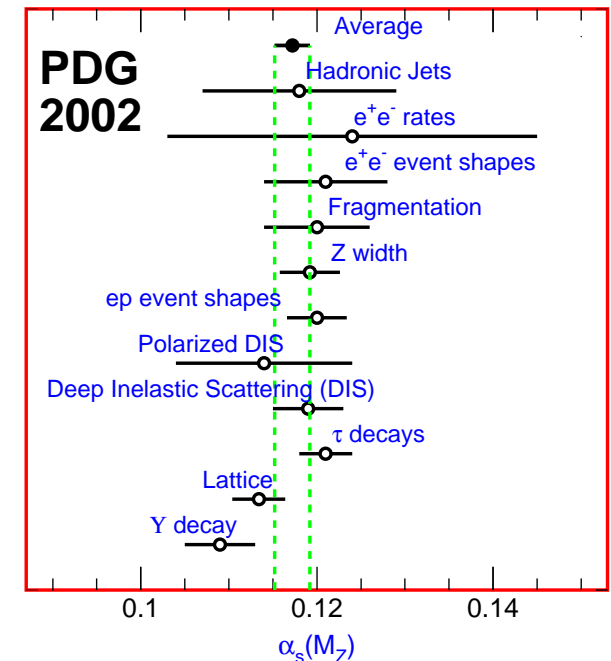
- Die Bestätigung des Laufens von α_s .



– Da $\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(\mu^2)} = \frac{1}{1 + C \alpha_s(\mu^2) \log \frac{Q^2}{\mu^2}}$

hat es sich eingebürgert das Resultat der Messungen nicht in Λ , sondern in $\alpha_s(M_{Z^0}^2)$, also für $Q^2 = M_{Z^0}^2$ auszudrücken.

- Mit $\alpha_s(\mu^2) \rightarrow 0$ für $\mu^2 \rightarrow \infty$ folgt die **Asymptotische Freiheit**.





Baryonen und die Massen der Quarks

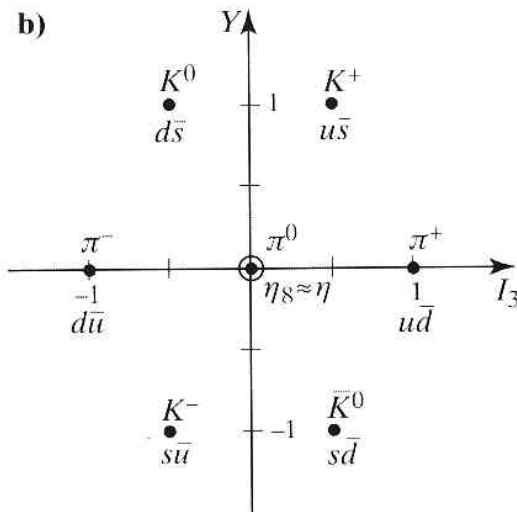
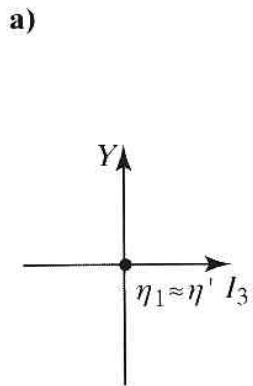
Teilchen	Masse [MeV]	Quarks	Spin	Q	Strangeness	Charm	Beauty
p	938	<i>uud</i>	1/2	1	0	0	0
n	940	<i>udd</i>	1/2	0	0	0	0
Δ^{++}	1232	<i>uuu</i>	3/2	2	0	0	0
Λ^0	1116	<i>uds</i>	1/2	0	-1	0	0
Λ_c^+	2285	<i>udc</i>	1/2	1	0	1	0
Λ_b^0	5624	<i>udb</i>	1/2	0	0	0	-1

- Man unterscheidet zwischen den Massen freier Teilchen, den sogenannten Polmassen, **Strommassen**, oder renormierten Massen, die z.B. in der Dirac-Gleichung stehen, und den effektiven Massen oder **Konstituentenmassen** der, z.B. im Proton, gebundenen Quarks.
- Wenn wir annehmen, dass Proton und Neutron aus drei Konstituentenquarks mit der Masse $m_u = m_d$ bestehen, dann folgt für, $\mu_{p,n} = \frac{e}{2m_u} \langle p, n | \sum_i Q_i \sigma_{i,z} | p, n \rangle$, die magnetischen Momente, $\frac{\mu_p}{\mu_n} = \frac{-3}{2}$, in guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert von -1.46.
- Ausserdem liefert dies für die effektiven Massen $m_u = m_d \approx 330 \text{ MeV}$. Die **Strommassen** sind viel kleiner und betragen nur etwa $m_{u,0} \approx 2 - 8 \text{ MeV}$ und $m_{d,0} \approx 5 - 15 \text{ MeV}$.
- Damit beträgt die Bindungsenergie in Proton und Neutron je etwa 55 MeV.
- Aus den gebunden Zuständen lassen sich die anderen **Konstituentenmassen** grob zu $m_s \approx 0.1 - 0.3 \text{ GeV}$, $m_c \approx 1.0 - 1.6 \text{ GeV}$ und $m_b \approx 4.1 - 4.5 \text{ GeV}$ abschätzen.



Mesonen und ein Multiplett

Teilchen	Masse [MeV]	Quarks	Spin	Q	Strangeness	Charm	Beauty
π^+	140	$u\bar{d}$	0	1	0	0	0
ρ^+	770	$u\bar{d}$	1	1	0	0	0
K^-	494	$s\bar{u}$	0	-1	-1	0	0
D^-	1869	$d\bar{c}$	0	-1	0	-1	0
J/ψ	3097	$c\bar{c}$	1	0	0	0	0
B^-	5279	$b\bar{u}$	0	-1	0	0	-1
$Y(1s)$	9460	$b\bar{b}$	0	0	0	0	0

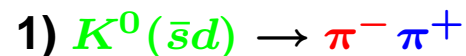
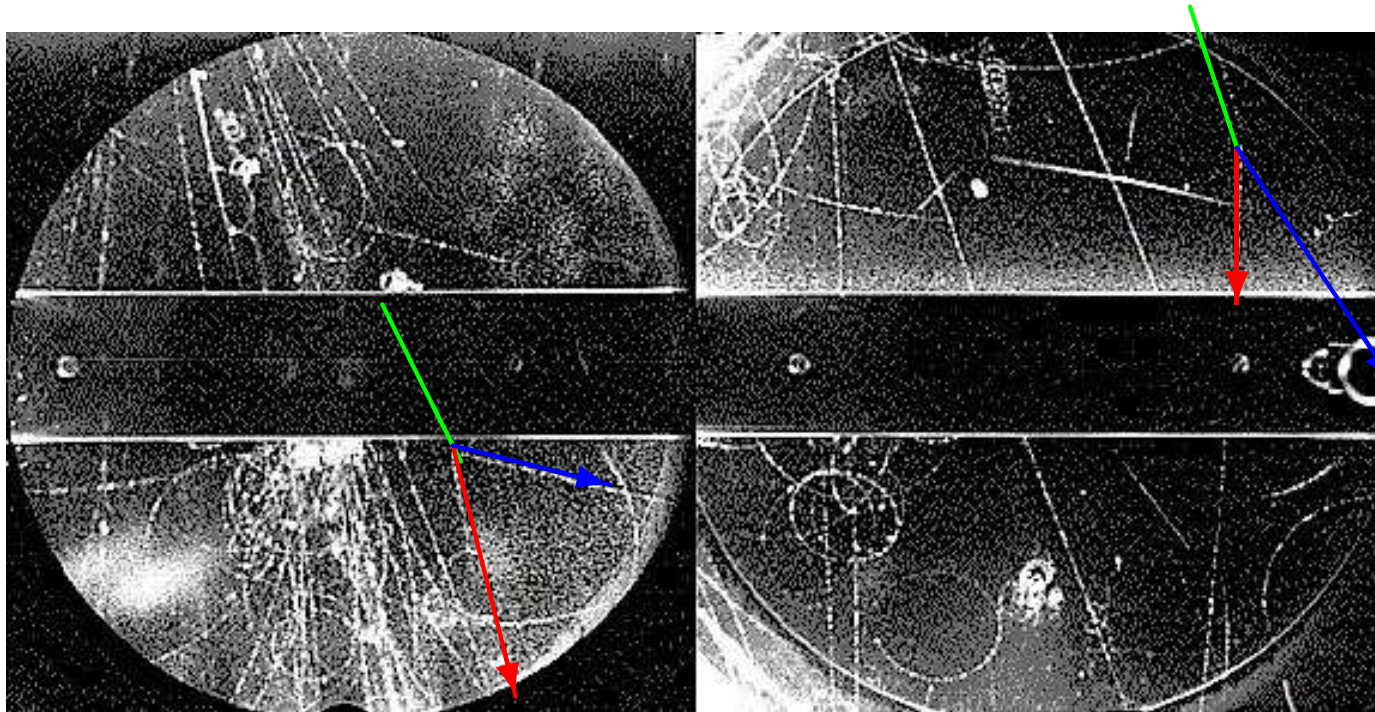


- Analog zur SU(3) der Farbe lassen sich die pseudoskalaren Mesonen, $J^P = 0^-$, in Zustände der SU(3) Flavour einteilen.
- $Q = I_{3,\text{stark}} + \frac{Y_{\text{stark}}}{2}$, $Y_{\text{stark}} = B + S$.
- Wieder gibt es ein Singulett und ein Oktett.
- Da die Mesonen verschiedene Massen haben, ist diese Symmetrie nur approximativ erfüllt.

Wir verstehen die Massen qualitativ, aber ein quantitatives Verständnis fehlt noch.



Die Entdeckung der Strangeness



- Die Kaonen wurden 1947 in der Höhenstrahlung von Butler und Rochester entdeckt, und zwar jeweils durch ein einzelnes Ereignis: $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ und $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$.
- Aus den Impulsen der auslaufenden Teichen und dem Energieverlust durch Ionisation ergaben sich die Massen zu $350 < m(K^0) < 800$ MeV und $490 < m(K^+) < 600$ MeV.
- Heute wissen wir, dass wegen der Erhaltung der Strangeness in der starken Wechselwirkung Kaonen assoziiert produziert werden, z.B. in $\pi^+ + n \rightarrow K^+(\bar{s}u) + \Lambda(uds)$
- Der Kaon-Zerfall erfolgt schwach, unter Verletzung der Strangeness.



Die Entdeckung von Charm - das J/ψ

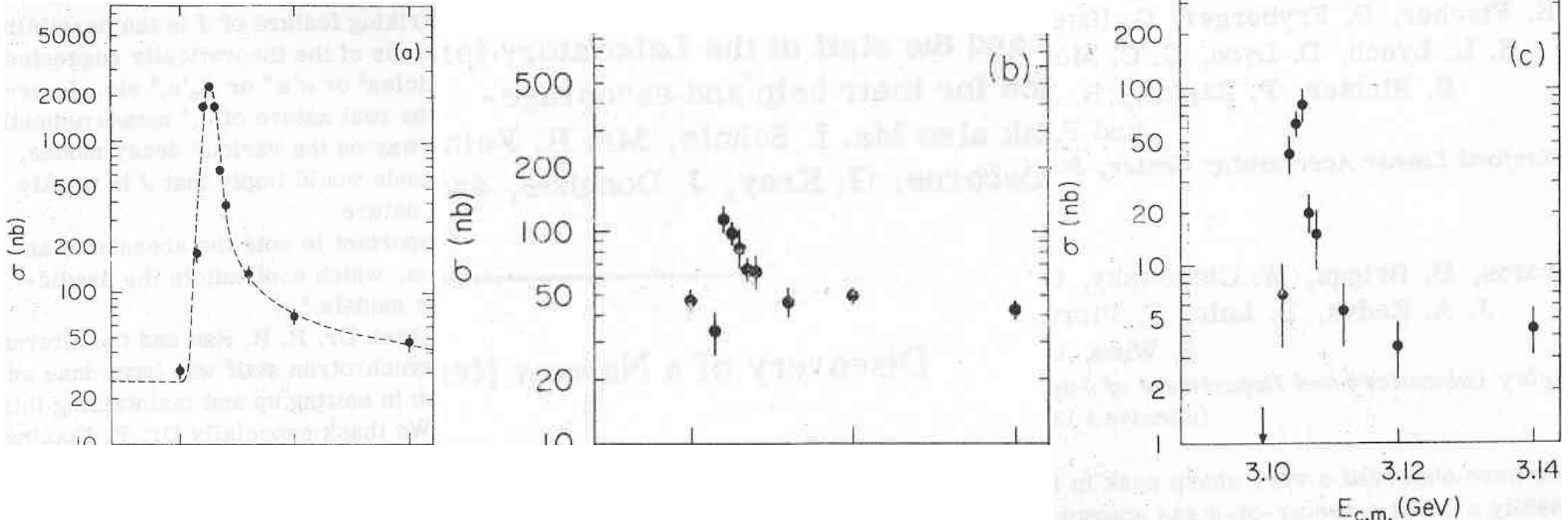
- Entdeckung 1974 am SPEAR Ring am SLAC als schmale Resonanz, $e^+e^- \rightarrow \psi$, mit $m = 3105 \pm 3 \text{ MeV}$, $\Gamma < 1.9 \text{ MeV}$ in den Zerfallskanälen:

$\psi \rightarrow$ **Hadronen**

e^+e^-

und

$\mu^+\mu^-$, $\pi^+\pi^-$, K^+K^-



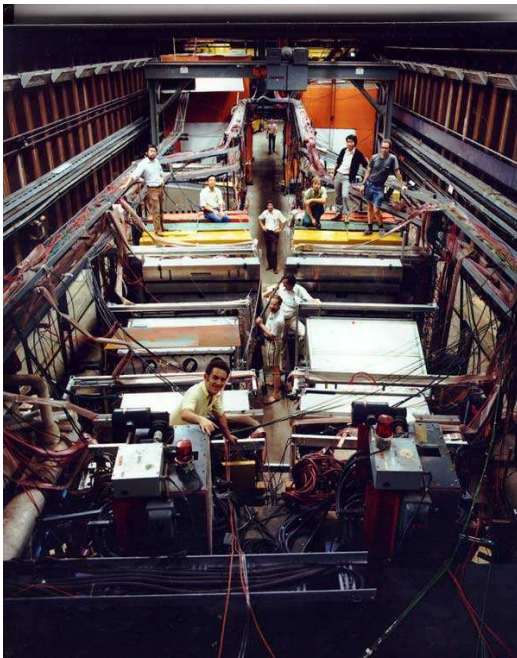
- Die Massen-Auflösung ist durch die Auflösung in der Strahlenergie, $\frac{\sigma(E)}{E} = 0.01\%$, limitiert.
- Etwa zur gleichen Zeit wurde das selbe Teilchen unter dem Namen J Teilchen als e^+e^- Resonanz in der Reaktion $p + \text{Be} \rightarrow e^+e^- + X$ am AGS in Brookhaven gefunden.

Da man sich nicht einigen konnte, führt das Teilchen einen Doppelnamen J/ψ .



Die Entdeckung des Bottom Quarks

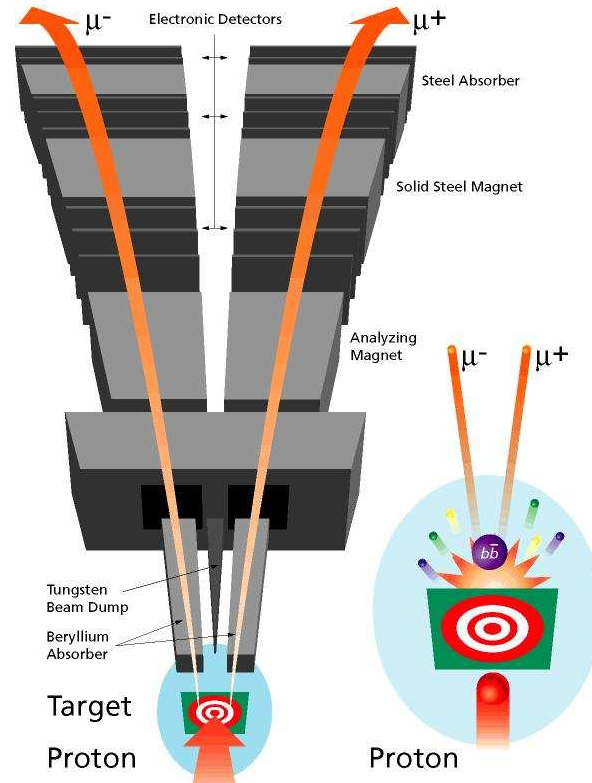
Das Experiment



FermiLab 1977

- $p + (\text{Pt, Cu}) \rightarrow \mu^+ \mu^- X$ bei $\sqrt{s} = 400 \text{ GeV}$.
- Hadronabsorber aus Beryllium mit 18λ .
- Die Auflösung: $\frac{\sigma(m_{\mu\mu})}{m_{\mu\mu}} = 0.02$.
- Eichung der Apparatur mit $15000 \text{ J}/\psi$.

Die Prinzipskizze



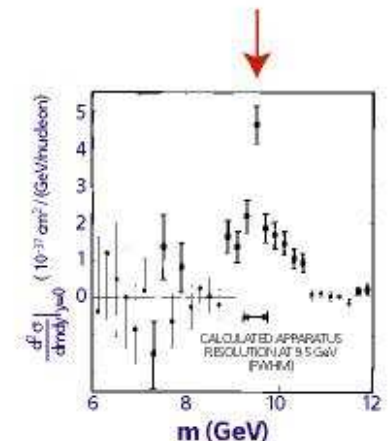
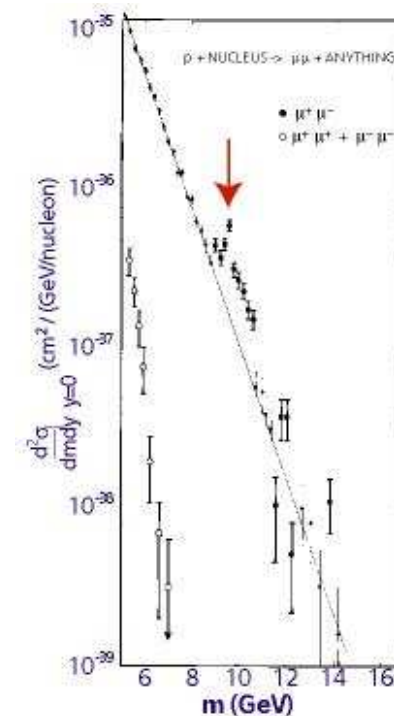
Das Resultat

- Exponentielles Spektrum aus 9000 Ereignissen mit Erhöhung von 420 Signal-Ereignissen im Bereich

$$8.8 < m_{\mu\mu} < 10.6 \text{ GeV.}$$

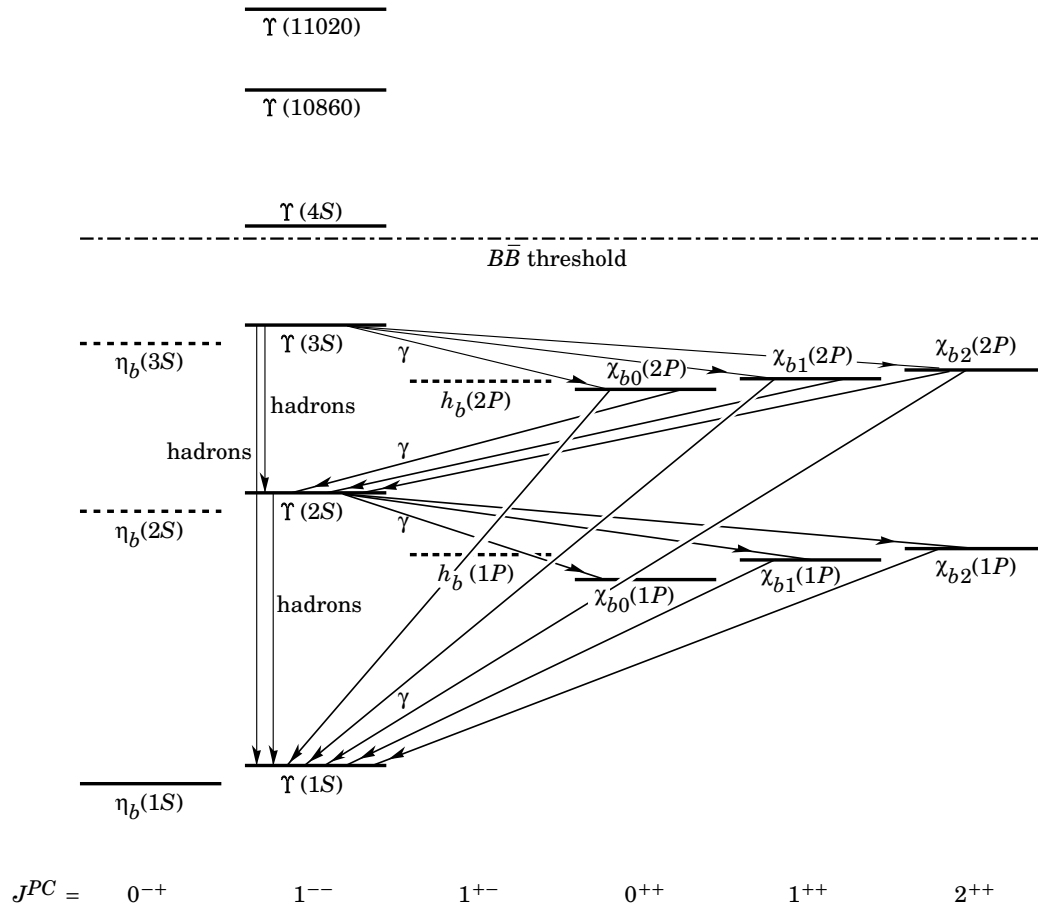
$$M_Y = 9.54 \pm 0.04 \text{ GeV}$$

$$\text{FWHM} = 1.16 \pm 0.09 \text{ GeV}$$

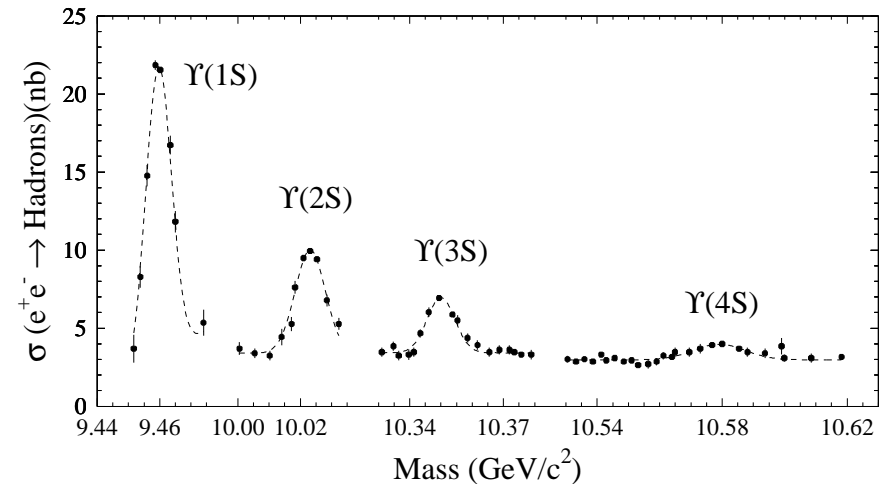




Das Bottomonium - System



- Heute wissen wir, dass das Resonanzspektrum viel reichhaltiger ist.



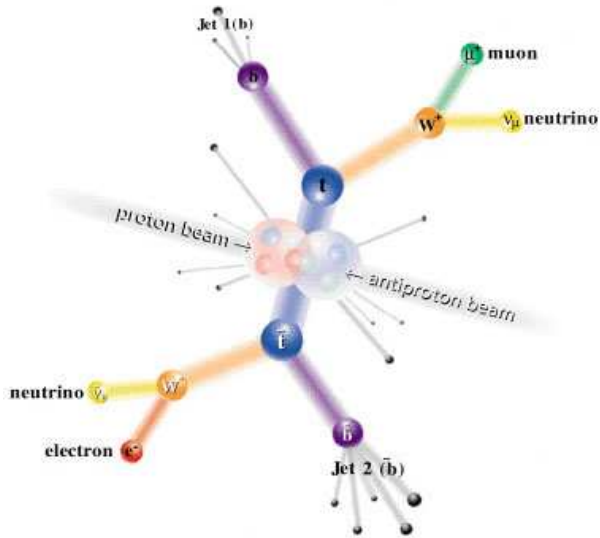
- Das System aus $b\bar{b}$ Quarks bildet gebundene Zustände analog dem Positronium oder dem Wasserstoff.
- Die verschiedenen Anregungen haben unterschiedliche Bahndrehimpuls-, Spin- und Paritätseigenwerte, $\vec{J}^{PC} = (\vec{L} + \vec{S})^{PC}$, und entsprechen jeweils einem Teilchen.

Die Bottomonium-Spektroskopie liefert ein reiches Feld an Erkenntnissen.

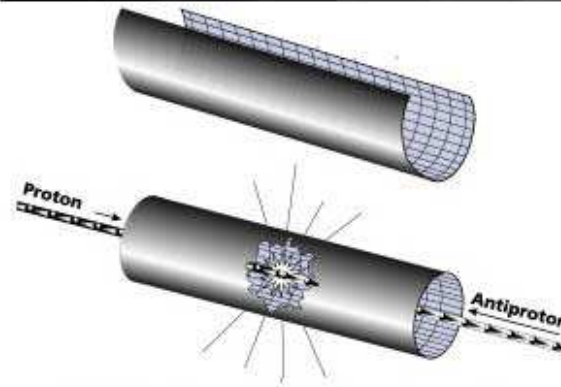
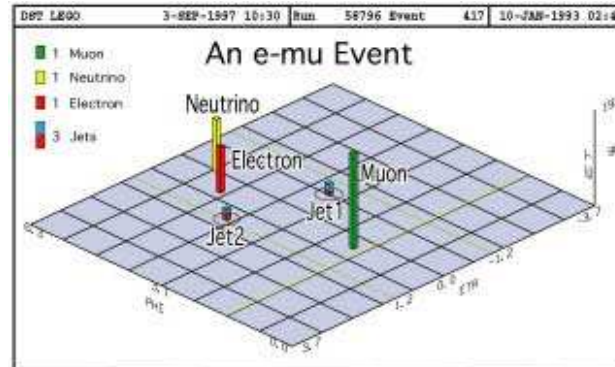


Die Entdeckung des Top Quarks

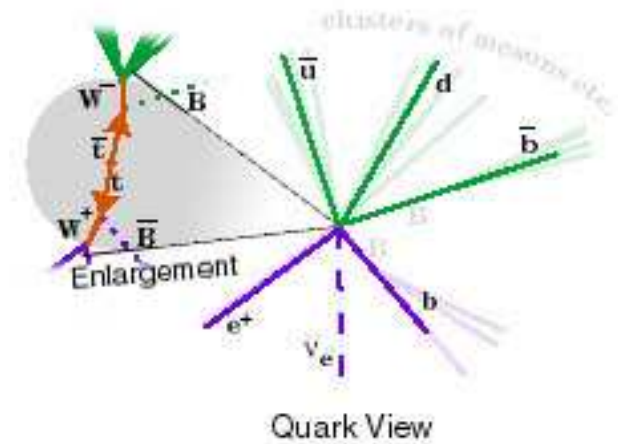
Die Prinzipskizze



Der Energiefluß



Die Rekonstruktion



Der Gang der Dinge:

- 1) $p\bar{p} \rightarrow t\bar{t}$
- 2) $t \rightarrow W^+ b$
 $\bar{t} \rightarrow W^- \bar{b}$
- 3) $W^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu$
 $W^- \rightarrow e^- \nu_e$

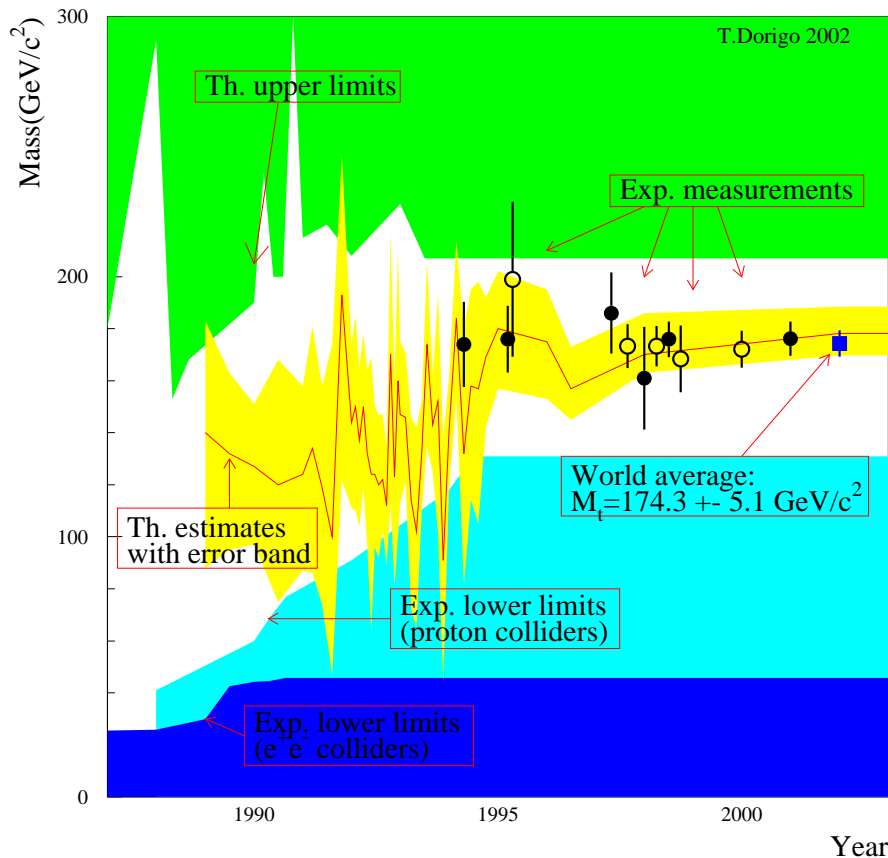
- FermiLab $p\bar{p}$ bei $\sqrt{s} \approx 1800 \text{ GeV}$
- Experimente CDF und D0

Dieser letzte Quark Baustein wurde 1994-95 am FermiLab entdeckt.



Die Masse des Top Quarks

- Die Zerfallsbreite: $\Gamma = \frac{G_F}{8\pi\sqrt{2}} m_t^3 \cdot \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2}\right)^2 \cdot \left(1 + 2\frac{M_W^2}{m_t^2}\right) = 1.55 \text{ GeV}$.
- Die Lebensdauer: $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6.58 \cdot 10^{-16}}{1.55 \cdot 10^9} \text{ s} = 4.2 \cdot 10^{-25} \text{ s}$ ist wesentlich kleiner als die Zeit zur Hadronformation $t \approx \frac{\hbar}{\Lambda} \approx 6 \cdot 10^{-24}$. Das Top Quark zerfällt also als freies Teilchen.



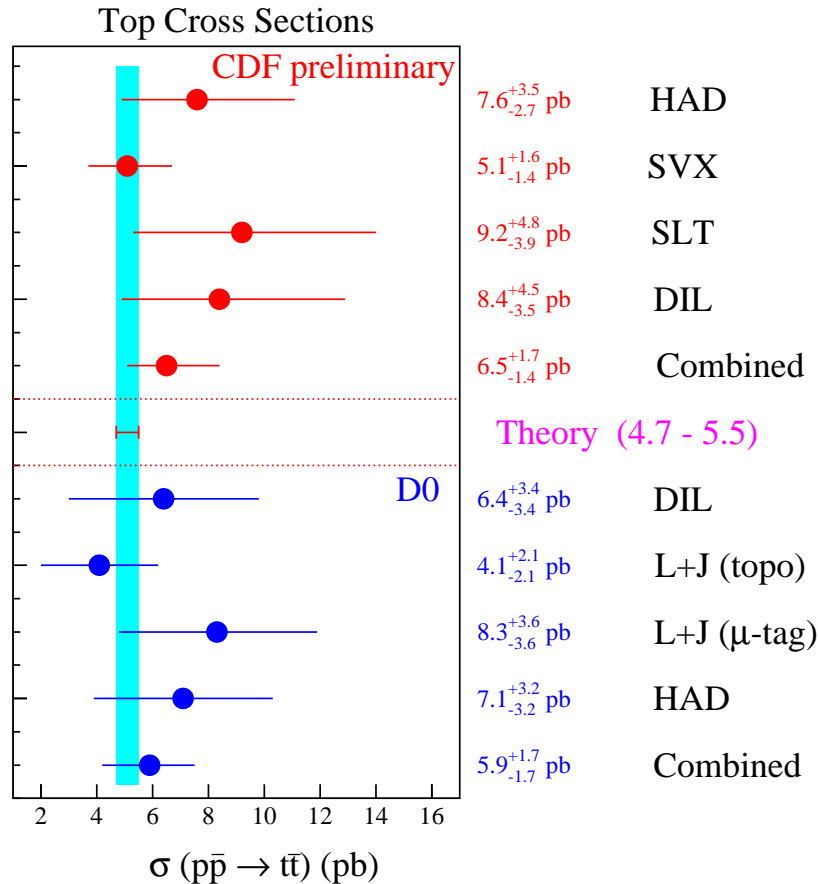
- Am Tevatron erfolgt die $t\bar{t}$ Produktion zu etwa 90% im Kanal $q\bar{q} \rightarrow Z/\gamma \rightarrow t\bar{t}$.
- Der Top Zerfall: $t\bar{t} \rightarrow b\bar{b} W^+ W^-$ mit: $W^+ \rightarrow (e^+ \nu_e), (\mu^+ \nu_\mu), (\tau^+ \nu_\tau), N_c \cdot (u\bar{d}), N_c \cdot (c\bar{s})$.
- Das sind 9 Kanäle, also 81 Möglichkeiten für den Zerfall $W^+ W^- \rightarrow X \bar{X}$. Man benutzt $q\bar{q}q\bar{q} = 6 \times 6 = 36$, $q\bar{q}l\nu_l = 6 \times 4 = 24$ und $l\nu_l l\nu_l = 2 \times 2 = 4$ mit $l = e, \mu$, da τ Zerfälle in $p\bar{p}$ Reaktionen schlecht zu messen sind.
- Die Bestimmung der Top-Masse ist wichtig, da eine Genauigkeit in der Top-Masse von 1 GeV etwa die selbe Einschränkung der Higgs-Masse liefert wie eine Messung der W-Masse auf 7 MeV.

Eine wunderbare Bestätigung der Theorie, durch direkte und indirekte Messungen.



Top Wirkungsquerschnitt und Massenbestimmung

- Am Tevatron mit $\sqrt{s_{p\bar{p}}} = 1.8 \text{ TeV}$ ist der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}} \approx 6 \text{ pb}$. Das erlaubt bei einer Luminosität von $\mathcal{L}_{\text{int}} = 2 \text{ fb}^{-1}$, eine Messgenauigkeit von $\Delta m_t \approx 2 \text{ GeV}$.



- HAD = $q\bar{q} q\bar{q}$
- SVX = 2 sekundäre Vertizes
- SLT = Soft Lepton Tag
- DIL = $l\nu_l l\nu_l$
- L+J = $l\nu_l q\bar{q}$

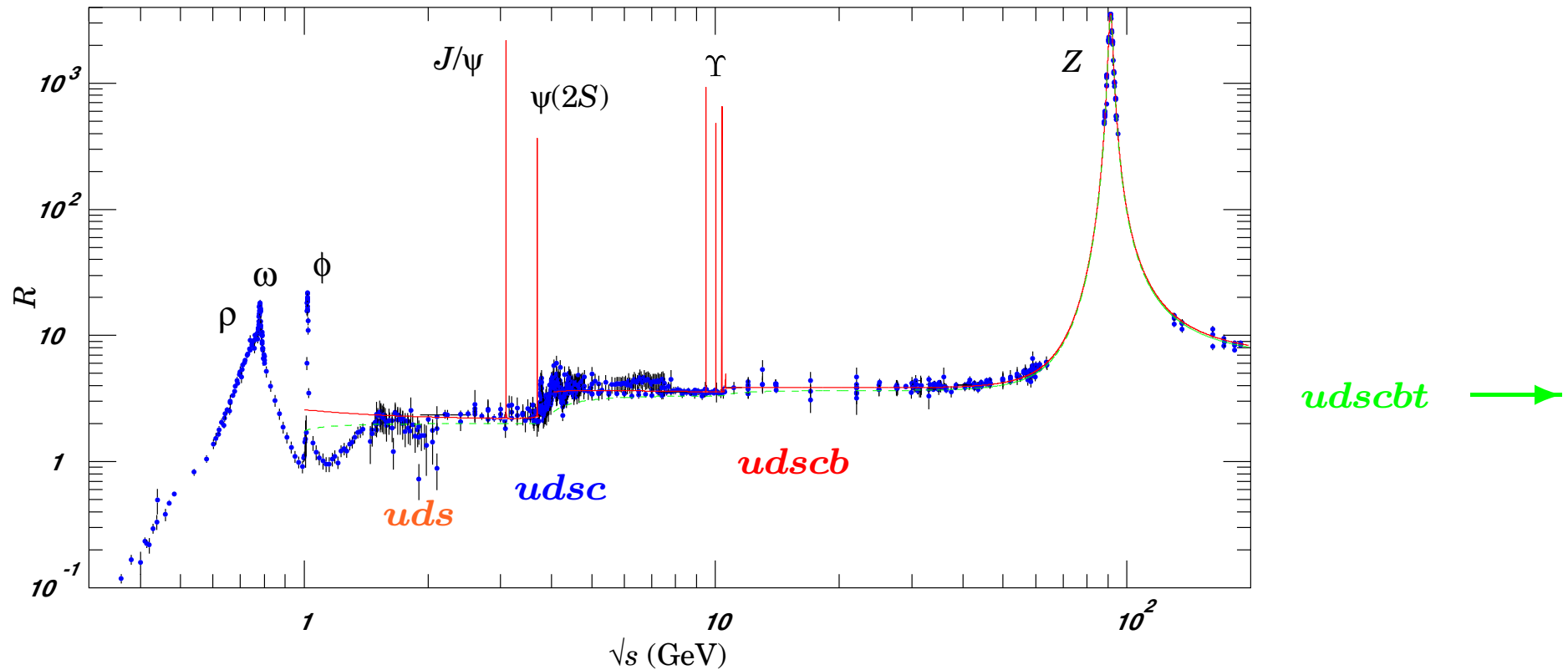
Die Zukunft:

- LHC: mit $\sqrt{s_{pp}} = 14 \text{ TeV}$ und $\sigma_{t\bar{t}} \approx 840 \text{ pb}$, bei $\mathcal{L}_{\text{int}} = 10 \text{ fb}^{-1} \Rightarrow \Delta m_t \approx 1 \text{ GeV}$.
- LC mit $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 0.5 \text{ TeV}$ und $\sigma_{t\bar{t}} \approx 1 \text{ pb}$, bei $\mathcal{L}_{\text{int}} = 100 \text{ fb}^{-1} \Rightarrow \Delta m_t \approx 0.1 \text{ GeV}$ aus Energie-Scans an der Produktionsschwelle.

Es wird noch lange dauern, bis wir die Top-Masse auf 100 MeV genau kennen werden.



Das R-Verhältnis



– Das Verhältnis des Wirkungsquerschnitts der Hadron-Produktion zur Myon-Produktion

im Kontinuum wird R genannt:

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_c \cdot \sum_f Q_f^2$$

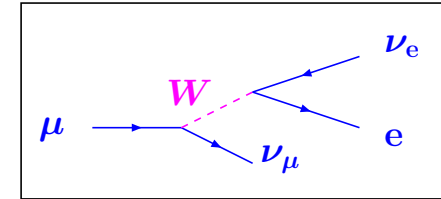
– $R(uds) = 3 \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 2$, $R(udsc) = \frac{10}{3}$, $R(udscb) = \frac{11}{3}$, $R(uds c b t) = \frac{15}{3}$.

Das R-Verhältnis ist eine der schönsten Bestätigungen des Farbfreiheitsgrades, $N_c \equiv 3$.



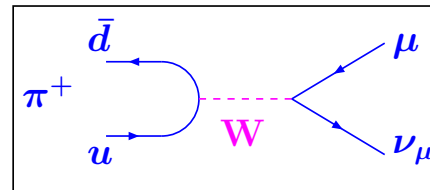
Der Cabibbo-Winkel

– Teilchen-Doublets: $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$.

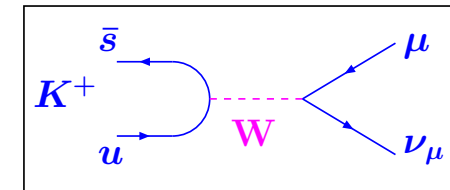


– Die W-Bosonen vermitteln die Übergänge in den Familien, z.B.:

– Das erklärt den Zerfall $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ als $u \rightarrow d$ Übergang,

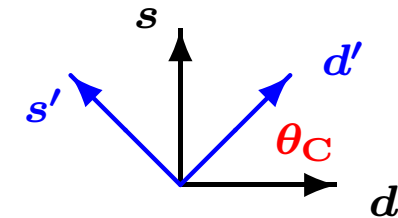


aber für $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ also $u \rightarrow s$ ist dann kein Platz.



– Der Ausweg: Die W-Bosonen koppeln nicht an die Flavour-Eigenzustände, z.B. d , sondern an die Eigenzustände zur schwachen WW, z.B. d' , die durch eine unitäre Transformation aus den Flavour-Eigenzuständen erzeugt werden:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$



– Das gibt Kopplungen proportional zu $\sin \theta_C$ für $u \rightarrow s$ und $\cos \theta_C$ für $u \rightarrow d$, und damit $\frac{\sigma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)}{\sigma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} \approx \tan \theta_C$, was experimentell, mit $\sin \theta_C = 0.23$, sehr gut bestätigt ist.

Die Mischung der Quarks erhält die Universalität der schwachen Wechselwirkung.



Die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) Matrix

– Drei Flavour
 \Rightarrow CKM-Matrix $\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$, mit $V = R_1 R_2 R_3$

$$R_1 = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}, R_3 = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_3} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}$$

mit $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ und $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$.

- Es gibt 4 reelle Parameter, $4 = 18$ [9 komplexe Elemente] – 9 [$V^\dagger V = 1$] – 5 [Quarkphasen]: $s_{12}, s_{23}, s_{13}, \delta_{13}$. Eine Rotation hat drei reelle Winkel \Rightarrow **Es gibt eine komplexe Phase.**

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 0.9742 - 0.9757 & \mathbf{0.219 - 0.226} & \mathbf{0.002 - 0.005} \\ \mathbf{0.219 - 0.225} & 0.9734 - 0.9749 & \mathbf{0.035 - 0.043} \\ \mathbf{0.004 - 0.014} & \mathbf{0.035 - 0.043} & 0.9990 - 0.9993 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 - \epsilon & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1 - \epsilon & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 - \epsilon \end{pmatrix}$$

Die CKM-Matrixelemente zeigen eine klare Hierarchie.



Die Wolfenstein-Parametrisierung

– Da c_{13} sehr nahe an 1 ist, $1 - c_{13} < 10^{-5}$, ergibt sich:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23} \end{pmatrix}$$

– Ansatz: $s_{12} = \lambda$, $s_{23} = A\lambda^2$, $s_{13} = A\lambda^3\sqrt{\rho^2 + \eta^2}$, und $\tan \delta_{13} = \frac{\eta}{\rho}$,
mit A und $\sqrt{\rho^2 + \eta^2} = \mathcal{O}(1)$

– Benutze: $c_{ij} \approx 1 - \frac{\theta_{ij}^2}{2} \approx 1 - \frac{s_{ij}^2}{2}$, , und $e^{-i\delta_{13}} = \cos \delta_{13} - i \sin \delta_{13}$.

– $e^{-i\delta_{13}} = \cos \delta_{13}(1 - i \tan \delta_{13}) = \frac{\cos \delta_{13}}{\rho}(\rho - i\eta)$
– $A\lambda^3\sqrt{\rho^2 + \eta^2} = A\lambda^3\rho\sqrt{1 + \tan^2 \delta_{13}} = A\lambda^3\frac{\rho}{\cos \delta_{13}}$ } $s_{13} \cdot e^{-i\delta_{13}} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$

– Einsetzen der Terme liefert die Wolfenstein-Parametrisierung

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

Bei der Analyse der CKM-Matrix wird diese Parametrisierung häufig verwendet.



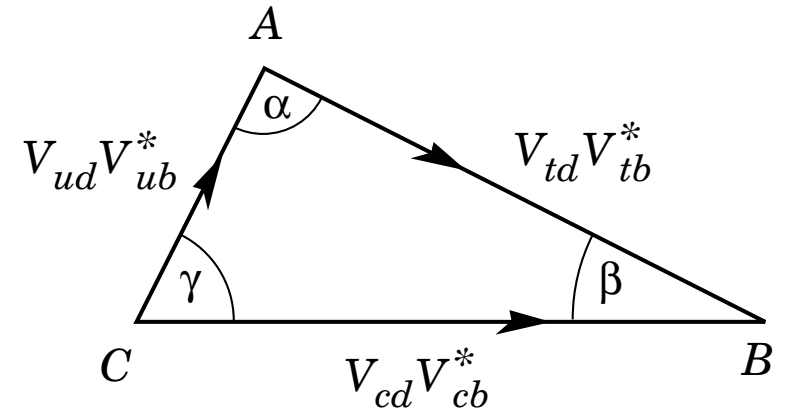
Von der CKM-Matrix zum Unitaritätsdreieck

– Unitarität: $V^\dagger V = \begin{pmatrix} V_{ud}^* & V_{cd}^* & V_{td}^* \\ V_{us}^* & V_{cs}^* & V_{ts}^* \\ V_{ub}^* & V_{cb}^* & V_{tb}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

– Die Darstellung einer Unitaritätsbedingung z.B.

$$V_{3k}^* V_{k1} = 0 = V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td}$$

in der komplexen Zahlenebene liefert ein Unitaritätsdreieck.

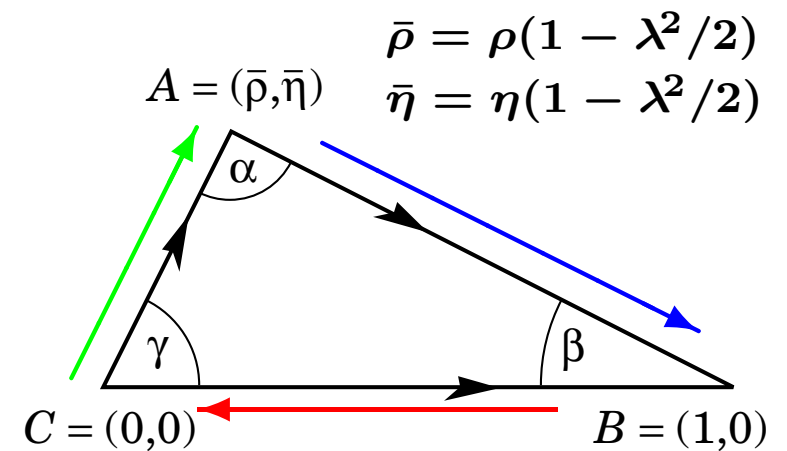


– In der Wolfenstein-Parametrisierung, entwickelt bis $\mathcal{O}(\lambda^5)$, lautet diese Unitaritätsbedingung:

$$A\lambda^3(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) - A\lambda^3 + A\lambda^3(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}) = 0$$

– Normiert man $V_{cb}^* V_{cd} = A\lambda^3$ auf 1 so folgt:

$$(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) + (1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}) - 1 = 0$$



Bei CP-Erhaltung sind die Dreiecksflächen Null.



Messungen der CKM-Matrixelemente

- $|V_{ud}| = 0.9734 \pm 0.0008$ **O(0.1%)** aus dem Neutron- und aus Kern β -Zerfällen.
- $|V_{us}| = 0.2196 \pm 0.0026$ **O(1%)** aus $K^\pm \rightarrow \pi^0 e^\pm \nu_e$ und $K^0 \rightarrow \pi^\mp e^\pm \nu_e$ Zerfällen.
- $|V_{cd}| = 0.224 \pm 0.016$ **O(7%)** aus Neutrino-Nukleon Streuung an d Quarks,
 $\nu_\mu d \rightarrow c \mu^-$ und $\bar{\nu}_\mu \bar{d} \rightarrow \bar{c} \mu^+$.
- $|V_{cs}| = 0.996 \pm 0.013$ **O(1%)** indirekt aus W Zerfällen am LEP Beschleuniger.
Das Verhältnis von leptonischen, $W \rightarrow \ell \nu$ mit
 $\ell = e, \mu$, und hadronischen, z.B. $W \rightarrow c s$, Zer-
fällen, liefert $\sum_{i,j} |V_{ij}|^2$ mit $i = u, c$ und $j = d, s, b$.
Die anderen Terme in der Summe sind entweder
klein oder gut bekannt. Damit folgt $|V_{cs}|$.
- $|V_{cb}| = 0.0412 \pm 0.0020$ **O(5%)** aus $B^+ \rightarrow \bar{D}^* \ell^+ \nu_\ell$ Zerfällen unter Benutzung
der Heavy Quark Effective Theory, HQET.
- $|V_{ub}| = 0.0036 \pm 0.0007$ **O(20%)** aus semileptonischen $b \rightarrow u \ell^- \bar{\nu}_\ell$ Zerfällen, und
exklusive aus $B \rightarrow \pi^0(\rho^0) \ell \nu_\ell$.
- $|V_{tb}| = 0.97^{+0.16}_{-0.12}$ **O(15%)** aus semileptonischen $t \rightarrow q \ell^+ \bar{\nu}_\ell$ Zerfällen,
 $q = b, s, d$, folgt $\frac{|V_{tb}|^2}{|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2} = 0.94^{+0.31}_{-0.24}$.
- $|V_{ts}|$ und $|V_{td}|$ Die Elemente konnten noch nicht bestimmt werden.

Unsere Kenntnis der Matrixelemente ist sehr unterschiedlich.



Zusammenfassung

- Das Pauli-Prinzip erzwingt einen neuen Freiheitsgrad, die Farbladung.
- Als freie Teilchen kommen nur farbneutrale Zustände vor. Dies ist für $|q\bar{q}\rangle$ und $|qqq\rangle$ möglich und verbietet Zustände wie $|qq\rangle$.
- Unser Verständnis der Quark- und Hadronmassen ist nur qualitativ.
- Die Mesonen aus $c\bar{c}$ und $b\bar{b}$ bilden gebundene, wasserstoffähnliche Zustände, Charmonium und Bottomonium.
- Das Top Quark ist so schwer, dass es zerfällt, bevor es gebundene Zustände ausbilden kann.
- Die Gluonen sind die Träger der starken Wechselwirkung. Sie haben selber Farbladung. Deswegen existiert die Selbstkopplung, $g \rightarrow gg$. Photonen haben keine elektrische Ladung und deswegen existiert der Vertex $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ nicht!
- Die W-Bosonen koppeln an die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung, die durch eine Rotation mit der CKM-Matrix aus den Flavour-Eigenzuständen hervorgehen.
- Die CKM-Matrix enthält eine komplexe Phase. Dies erzwingt die Verletzung der CP-Invarianz.
- Die Elemente der CKM-Matrix sind mit sehr verschiedener Präzision bekannt.