1. Einführung
2. Beschleuniger
3. Detektoren
4. Bewegungsgleichungen und Symmetrien
5. Das Quark-Modell und die CKM-Matrix
6. CP-Verletzung im Standardmodell
7. Proton- und Photonstruktur
8. Elektroschwache Präzisionsmessungen
9. Das Higgs-Boson
10. Neutrino-Massen und Neutrino-Oszillationen

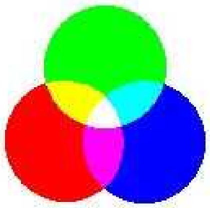
Der Quark-Baukasten zur Konstruktion von Hadronen

Welche Bausteine gibt es

- Quarks, q, kommen in drei Farben vor Rot, Grün oder Blau.
- Antiquarks, $\bar{q}$, haben Antifarbe, Antirot (cyan), Antigrün (Magenta) oder Antiblau (gelb).
- Quarks haben eine elektrische Ladung Q von +2/3 (u,c,t) oder -1/3 (d,s,b) und $Q_q = -Q_{\bar{q}}$

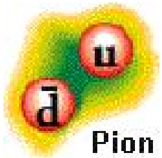
Die Bauregeln

- Es gibt nur farblose Teilchen (drei Farben oder Farbe-Antifarbe).
- Es gibt nur Teilchen mit ganzzahliger elektrischer Ladung.



Einfachste Gebilde

$p = uud$ und $Q = +2/3 + 2/3 - 1/3 = 1.$



$\pi^+ = u\bar{d}$ und $Q = +2/3 + 1/3 = 1.$

Vom Pauli-Prinzip zum Farbfreiheitsgrad

Das Problem

– Betrachte die Delta Resonanz: $|\,\Delta^{++}\,\rangle = |\,uuu\,\rangle|\uparrow\uparrow\uparrow\;\rangle$, mit $J_z = \frac{3}{2}$, und $L = 0$.
– Die Wellenfunktion ist symmetrisch beim Austausch zweier Teilchen, was bedeutet, dass mindestens zwei Fermionen sich im gleichen Zustand befinden.
– Dies ist im Widerspruch zum Pauli-Prinzip, welches als Konsequenz eine total antisymmetrische Wellenfunktion verlangt.

Die Lösung

– Das kann nur erfüllt werden, wenn es einen neuen Freiheitsgrad gibt, der antisymmetrisch unter Austausch zweier Quarks ist, die Farbe (Color).

Die Wellenfunktion: $|\,\Psi\,\rangle = q^i |\,e_i\,\rangle$

Die Basisvektoren: $|\,e_i\,\rangle = |\,R\,\rangle, |\,G\,\rangle, |\,B\,\rangle$

Die Transformationen: $q^{i\,\prime} = U^i_j q^j$ mit $U = e^{-i\theta_i\lambda_i/2}$ der Gruppe $SU(3)_C$.

– Es gibt drei Basisvektoren, damit sind die acht Generatoren 3×3 Matrizen.

Die Konsequenz

– Das Studium der Gruppenstruktur der Transformationen liefert als Ergebnis, dass die Kombinationen $|\,qqq\,\rangle$ und $|\,q\bar{q}\,\rangle$ farbneutrale Zustände bilden, nicht aber $|\,qq\,\rangle$ oder $|\,qq\bar{q}\,\rangle$.

Die Generatoren der Gruppe $SU(3)_C$

– Es gibt 8 linear unabhängige, spurfreie, hermitesche, $\lambda_i = \lambda_i^\dagger$, Generatoren.

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \ldots, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

– Wähle als Eigenvektoren: $|\,R\,\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\,G\,\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\,B\,\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$

– Sie sind Eigenzustände zu den Diagonalmatrizen λ_3 und λ_8.

Beispiel: $\lambda_3 |\,G\,\rangle = -|\,G\,\rangle$

– Zusätzlich gibt es Leiteroperatoren, die die Farben ineinander umwandeln.

Beispiel: $\frac{1}{2}(\lambda_1 + i\lambda_2)|\,G\,\rangle = |\,R\,\rangle$

Damit haben wir Farbzustände und die Möglichkeit sie ineinander umzuwandeln.

Die Kombinationen aus Farbe und Antifarbe

– Nimmt man kombinierte Zustände aus Farbe und Antifarbe, so lassen sich neun linear unabhängige Zustände bilden.

– Es gibt ein Farb-Singulett: $\frac{1}{\sqrt{3}}\left(|\,R\bar{R}\,\rangle + |\,G\bar{G}\,\rangle + |\,B\bar{B}\,\rangle\right)$, das mit dem Farbanteil der Wellenfunktion der Mesonzustände $|\,q\bar{q}\,\rangle$ identifiziert wird.

– Es gibt ein Farb-Oktett: $|\,G\bar{B}\,\rangle$, $|\,R\bar{B}\,\rangle$, $-|\,G\bar{R}\,\rangle$, $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\,G\bar{G}\,\rangle - |\,R\bar{R}\,\rangle\right)$,

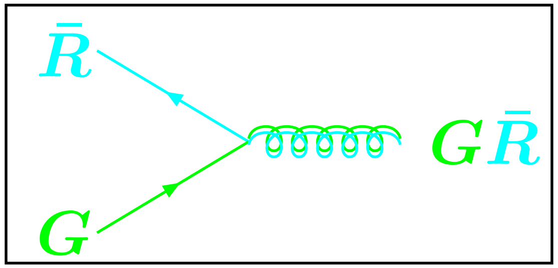
$\frac{1}{\sqrt{6}}\left(|\,R\bar{R}\,\rangle + |\,G\bar{G}\,\rangle - 2|\,B\bar{B}\,\rangle\right)$, $|\,R\bar{G}\,\rangle$, $|\,B\bar{R}\,\rangle$, $|\,B\bar{G}\,\rangle$,

das mit den 8 Gluonen identifiziert wird.

– Die Gluonen sind die Austauschteilchen. Sie sind masselose Bosonen mit Spin = 1. Sie tragen Farb- und Antifarbladung, aber keine Flavourinformation.

– Ein Quark-Gluon Vertex:

$$q\bar{q} \longrightarrow g$$



– Am Vertex gilt Flavourerhaltung, z.B. $u\bar{c} \longrightarrow g$ existiert nicht.

Die $SU(3)_C$ liefert in natürlicher Weise einen farbneutralen Zustand und 8 Gluonen.

Asymptotische Freiheit und Confinement

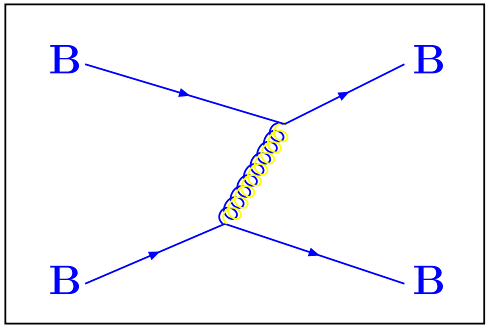
– Versuch der Beschreibung der qq und $q\bar{q}$ Kopplungen mittels eines Potentials analog zur QED: $V = c_F \frac{\alpha_s}{r}$

Quark-Quark:

$qq \longrightarrow qq$

$c_F(qq) = +\frac{1}{3} > 0$

$\Leftrightarrow$ Abstoßung

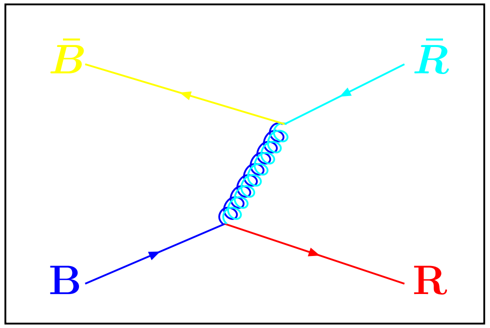


Quark-Antiquark:

$q\bar{q} \longrightarrow q\bar{q}$

$c_F(q\bar{q}) = -\frac{4}{3} < 0$

$\Leftrightarrow$ Anziehung



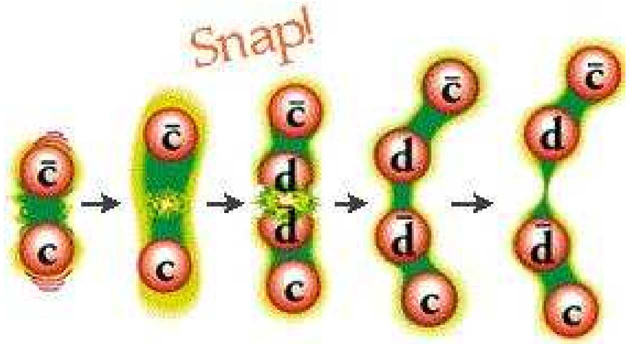
– Für $q\bar{q}$ erlaubt dies also gebundene Zustände von Quark-Antiquark in Mesonen. Es gibt aber keine gebundenen Quark-Quark Zustände.

– Das ist noch nicht genug, denn es wurden keine freien Quarks gefunden. Um dies zu verhindern muß das Potential durch einen zusätzlichen Term ergänzt werden:

$V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \sigma r$ mit $\sigma = 1 \frac{GeV}{fm}$.

– Für große Abstände, $r \gg \sigma$, liefert dies eine konstante Kraft, analog der Kraft im Kondensator. Die Quarks sind also gefangen, Confinement.

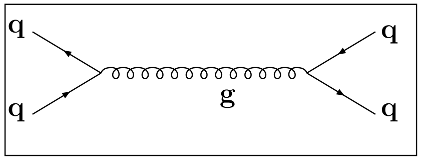
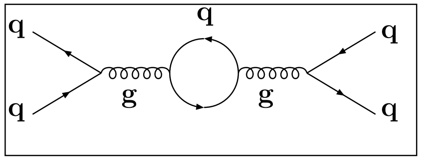
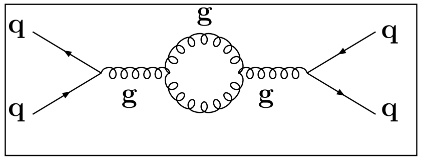
– Was passiert wenn der Abstand zu groß wird? Dann reicht die Energie für die $q\bar{q}$ Paarerzeugung.



Die laufende Kopplungskonstante

— Die Kopplung α_s ist nicht konstant, sondern hängt vom Impulsübertrag Q^2 ab, $\alpha_s(Q^2)$.

— Die folgenden Terme tragen zum Gluon-Propagator bei:

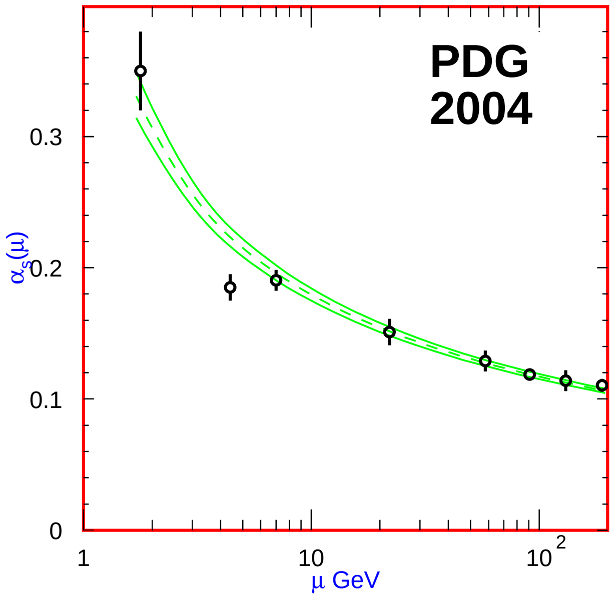
$\alpha_s(\mu^2)$ =  +  + 

— Die Formel in niedrigster Ordnung

$$\boxed{\alpha_s(\mu^2) = \frac{12\pi}{(33-2n_f)\log\frac{\mu^2}{\Lambda^2}}}$$

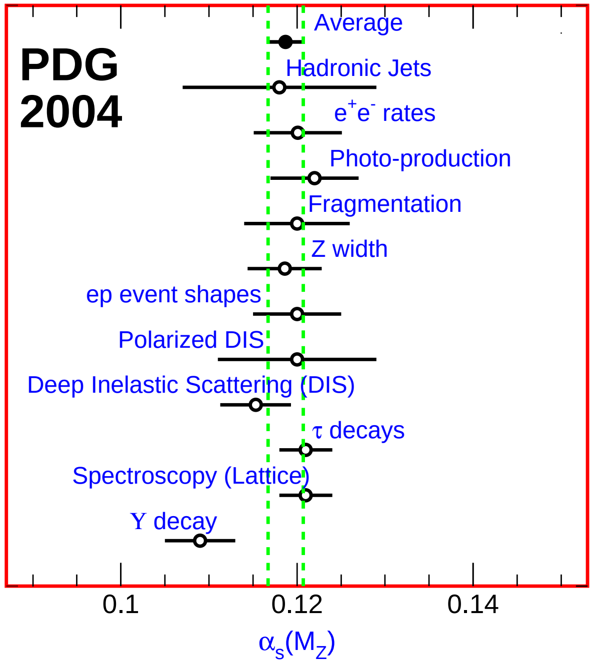
mit $\Lambda = \mathcal{O}(200)\ \mathrm{MeV}$, liefert einen Abfall mit μ^2, für $n_f < 17$, $f = d, u, s, c, b, t$.

— Die Bestätigung des Laufens von α_s.



— Da $\frac{\alpha_s(\mu^2)}{\alpha_s(Q^2)} = \frac{1}{1 + C\alpha_s(Q^2)\log\frac{\mu^2}{Q^2}}$ hat es sich eingebürgert das Resultat der Messungen nicht in Λ, sondern in $\alpha_s(M^2_{Z^0})$, also für $Q^2 = M^2_{Z^0}$ auszudrücken.

— Mit $\alpha_s(\mu^2) \rightarrow 0$ für $\mu^2 \rightarrow \infty$ folgt die Asymptotische Freiheit.



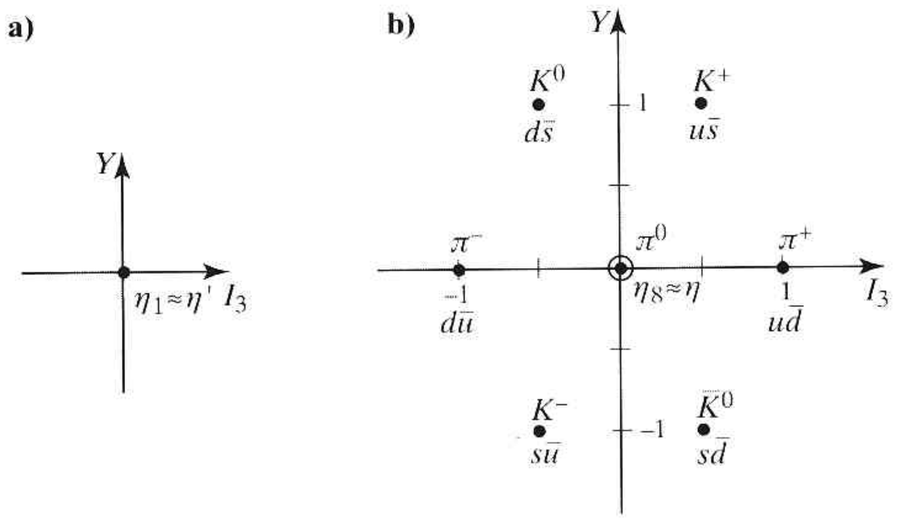
Baryonen und die Massen der Quarks

Teilchen	Masse [MeV]	Quarks	Spin	Q	Strangeness	Charm	Beauty
p	938	uud	1/2	1	0	0	0
n	940	udd	1/2	0	0	0	0
Δ^{++}	1232	uuu	3/2	2	0	0	0
Λ^0	1116	uds	1/2	0	-1	0	0
Λ_c^+	2285	udc	1/2	1	0	1	0
Λ_b^0	5624	udb	1/2	0	0	0	-1

- Man unterscheidet zwischen den Massen freier Teilchen, den sogenannten Polmassen, Strommassen, oder renormierten Massen, die z.B. in der Dirac-Gleichung stehen, und den effektiven Massen oder Konstituentenmassen der, z.B. im Proton, gebundenen Quarks.
- Wenn wir annehmen, dass Proton und Neutron aus drei Konstituentenquarks mit der Masse $m_u = m_d$ bestehen, dann folgt für, $\mu_{\mathrm{p,n}} = \frac{e}{2\,m_u}\langle\, p, n \,|\sum_i Q_i \sigma_{i,z}\,|\, p, n\,\rangle$, die magnetischen Momente, $\frac{\mu_\mathrm{p}}{\mu_\mathrm{n}} = \frac{-3}{2}$, in guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert von -1.46.
- Ausserdem liefert dies für die effektiven Massen $m_u = m_d \approx 330$ MeV. Die Strommassen sind viel kleiner und betragen nur etwa $m_{u,0} \approx 2 - 8$ MeV und $m_{d,0} \approx 5 - 15$ MeV.
- Damit beträgt die Bindungsenergie in Proton und Neutron je etwa 55 MeV.
- Aus den gebunden Zuständen lassen sich die anderen Konstituentenmasssen grob zu $m_s \approx 0.1 - 0.3$ GeV, $m_c \approx 1.0 - 1.6$ GeV und $m_b \approx 4.1 - 4.5$ GeV abschätzen.

Mesonen und ein Multiplett

Teilchen	Masse [MeV]	Quarks	Spin	Q	Strangeness	Charm	Beauty
π^+	140	$u\bar{d}$	0	1	0	0	0
ρ^+	770	$u\bar{d}$	1	1	0	0	0
K$^-$	494	$s\bar{u}$	0	-1	-1	0	0
D$^-$	1869	$d\bar{c}$	0	-1	0	-1	0
J/ψ	3097	$c\bar{c}$	1	0	0	0	0
B$^-$	5279	$b\bar{u}$	0	-1	0	0	-1
Y(1s)	9460	$b\bar{b}$	0	0	0	0	0



— Analog zur SU(3) der Farbe lassen sich die pseudoskalaren Mesonen, $J^P = 0^-$, in Zustände der SU(3) Flavour einteilen.

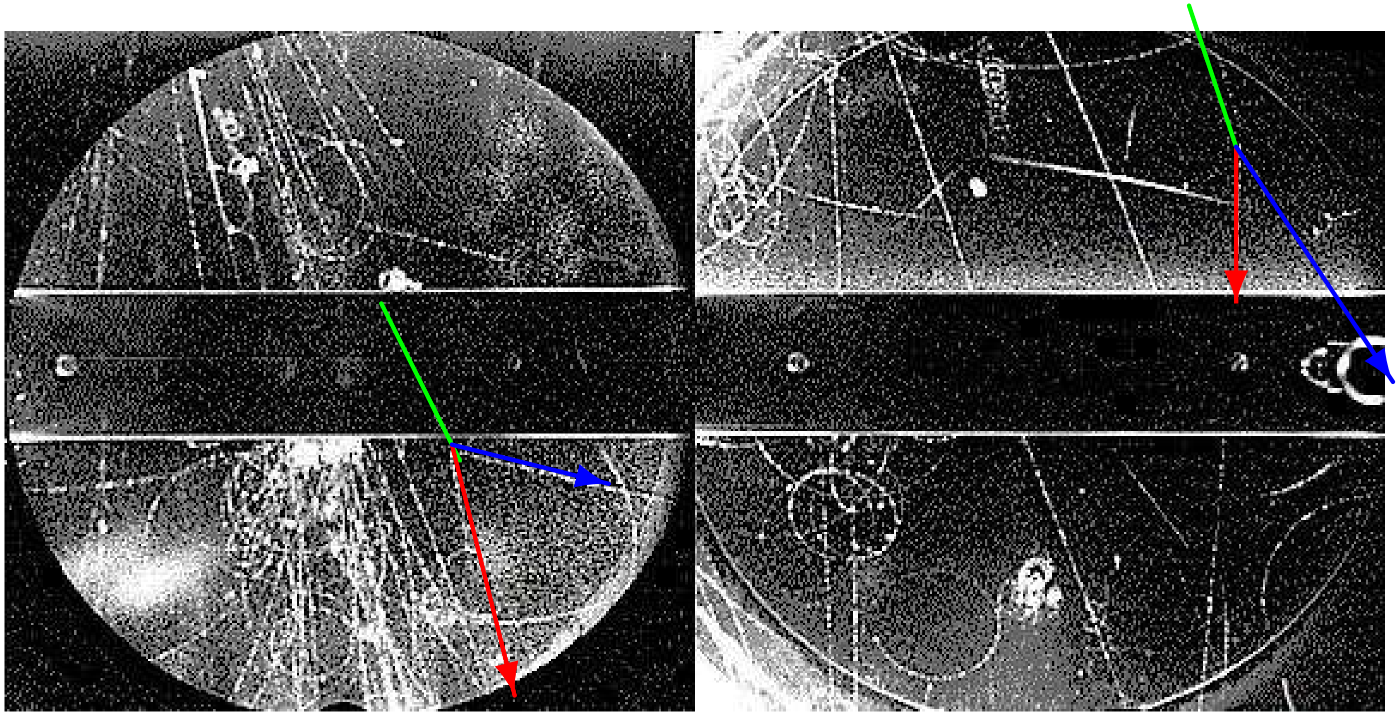
$$Q = I_{3,\mathrm{stark}} + \frac{Y_{\mathrm{stark}}}{2}, \quad Y_{\mathrm{stark}} = B + S.$$

— Wieder gibt es ein Singulett und ein Oktett.

— Da die Mesonen verschiedene Massen haben, ist diese Symmetrie nur approximativ erfüllt.

Wir verstehen die Massen qualitativ, aber ein quantitatives Verständnis fehlt noch.

Die Entdeckung der Strangeness



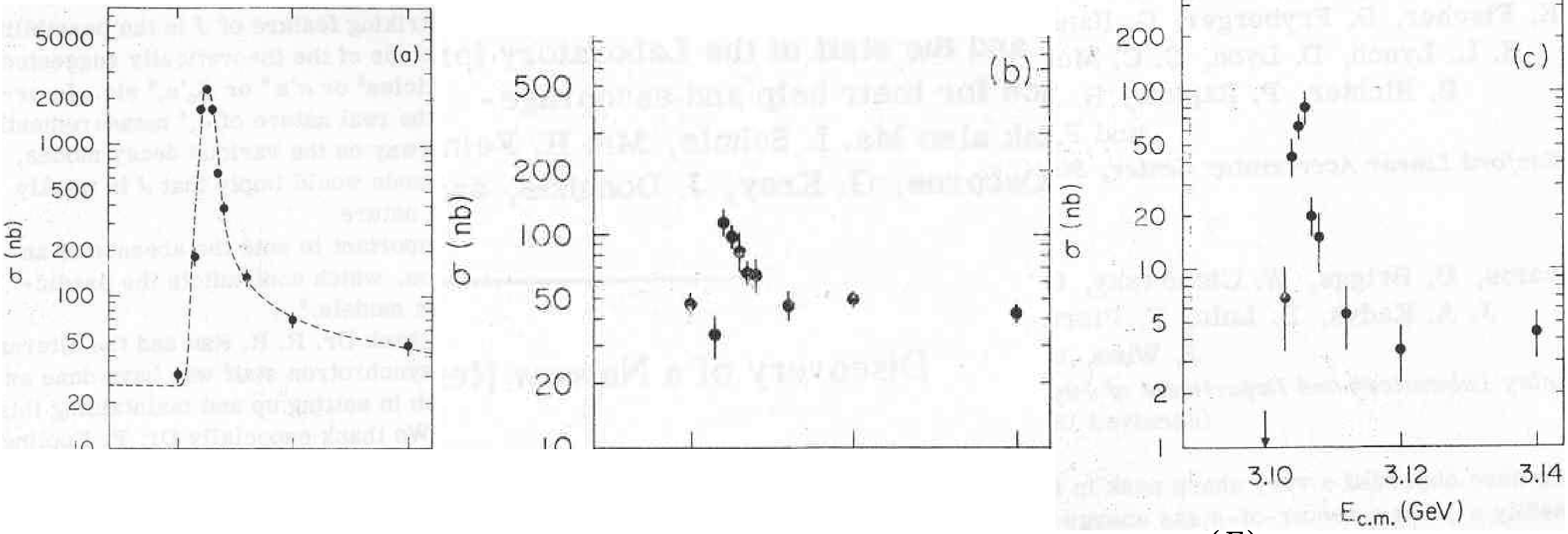
1) $K^0(\bar{s}d) \longrightarrow \pi^- \pi^+$ 2) $K^+(\bar{s}u) \longrightarrow \mu^+ \nu_\mu$

- **Die Kaonen wurden 1947 in der Höhenstrahlung von Butler und Rochester entdeckt, und zwar jeweils durch ein einzelnes Ereignis: $K^0 \longrightarrow \pi^+\pi^-$ und $K^+ \longrightarrow \mu^+\nu_\mu$.**
- **Aus den Impulsen der auslaufenden Teichen und dem Energieverlust durch Ionisation ergaben sich die Massen zu $350 < m(K^0) < 800$ MeV und $490 < m(K^+) < 600$ MeV.**
- **Heute wissen wir, dass wegen der Erhaltung der Strangeness in der starken Wechselwirkung Kaonen assoziert produziert werden, z.B. in $\pi^+ + n \longrightarrow K^+(\bar{s}u) + \Lambda(uds)$**
- **Der Kaon-Zerfall erfolgt schwach, unter Verletzung der Strangeness.**

Die Entdeckung von Charm - das J/ψ

– **Entdeckung 1974 am SPEAR Ring am SLAC als schmale Resonanz,** $e^+e^- \rightarrow \psi$,
mit $m = 3105 \pm 3$ **Mev,** $\Gamma < 1.9\,\mathrm{MeV}$ **in den Zerfallskanälen:**

$\psi \rightarrow$ **Hadronen** $\quad e^+e^- \quad$ **und** $\quad \mu^+\mu^-, \pi^+\pi^-, K^+K^-$



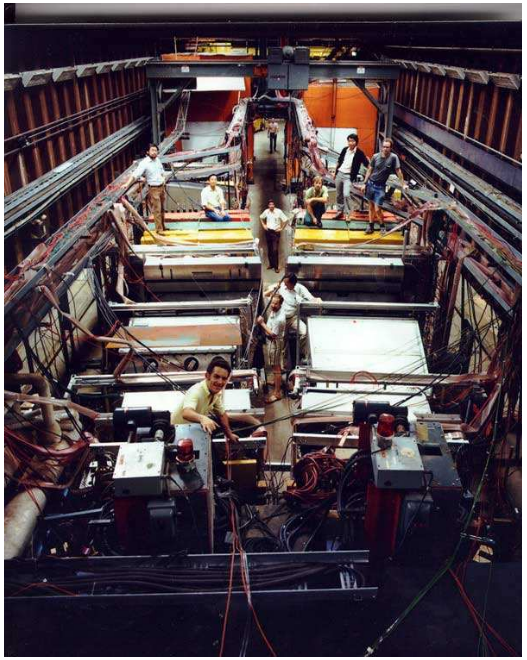
– **Die Massen-Auflösung ist durch die Auflösung in der Strahlenergie,** $\frac{\sigma(E)}{E} = 0.01\%$, **limitiert.**

– **Etwa zur gleichen Zeit wurde das selbe Teilchen unter dem Namen J Teilchen als e^+e^- Resonanz in der Reaktion $p + \mathrm{Be} \rightarrow e^+e^- + X$ am AGS in Brookhaven gefunden.**

Da man sich nicht einigen konnte, führt das Teilchen einen Doppelnamen J/ψ.

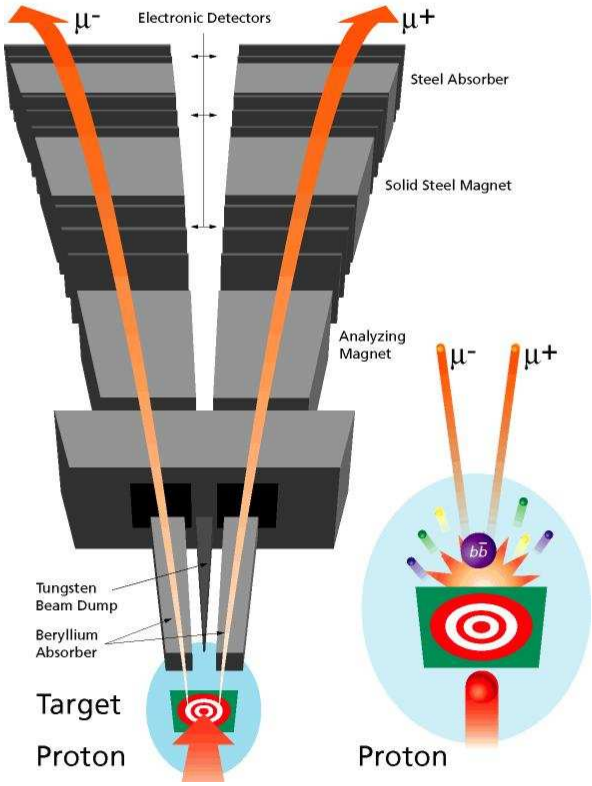
Die Entdeckung des Bottom Quarks

Das Experiment



FermiLab 1977

Die Prinzipskizze

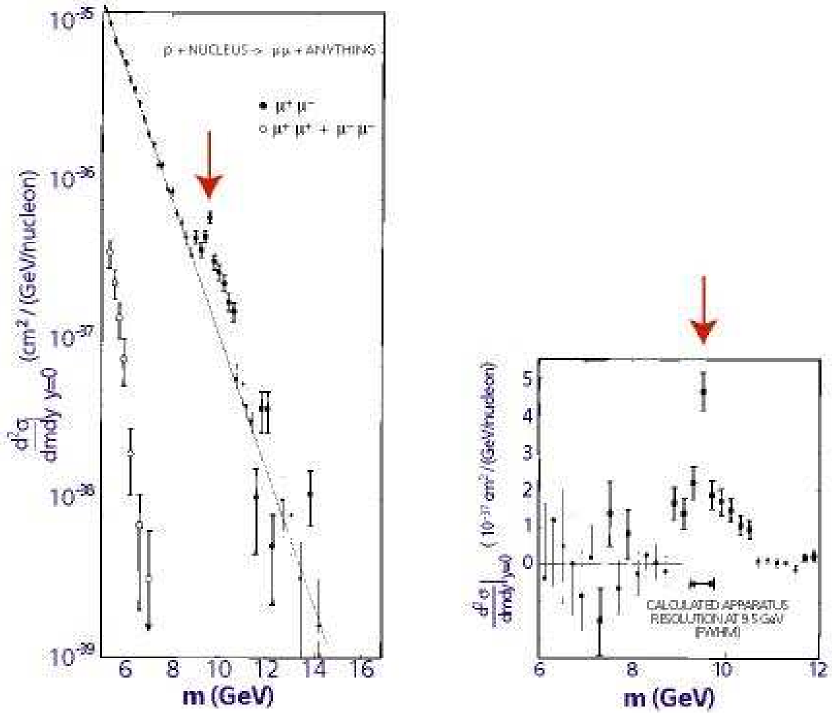


Das Resultat

– Exponentielles Spektrum aus 9000 Ereignissen mit Erhöhung von 420 Signal-Ereignissen im Bereich $8.8 < m_{\mu\mu} < 10.6$ GeV.

$M_\Upsilon = 9.54 \pm 0.04$ GeV

FWHM $= 1.16 \pm 0.09$ GeV



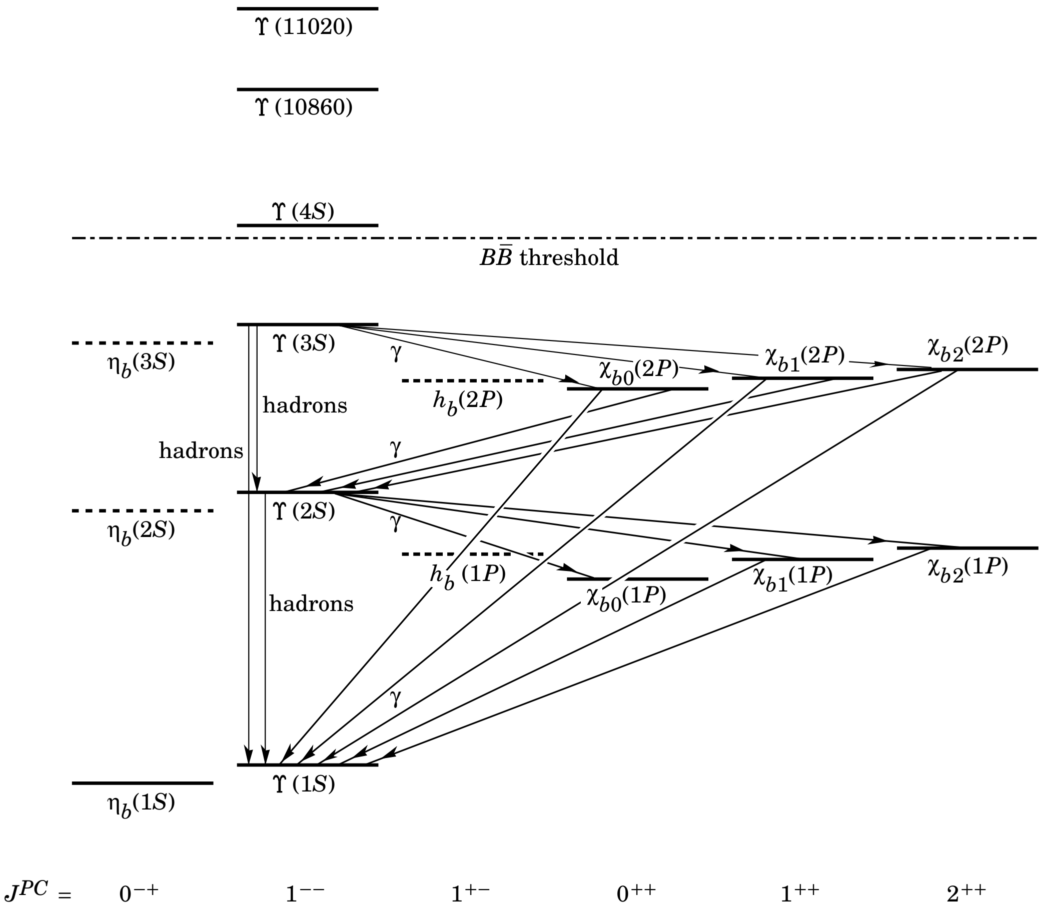
– $p + (\mathrm{Pt},\mathrm{Cu}) \rightarrow \mu^+\mu^-\ X$ bei $\sqrt{s} = 400$ GeV.

– Hadronabsorber aus Beryllium mit 18λ.

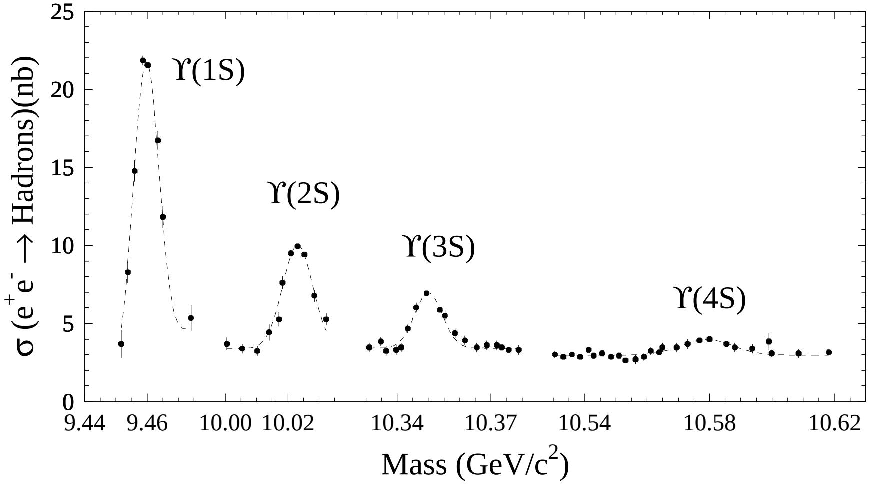
– Die Auflösung: $\frac{\sigma(m_{\mu\mu})}{m_{\mu\mu}} = 0.02$.

– Eichung der Apparatur mit 15000 J/ψ.

Das Bottomonium - System



— **Heute wissen wir, dass das Resonanz-spektrum viel reichhaltiger ist.**



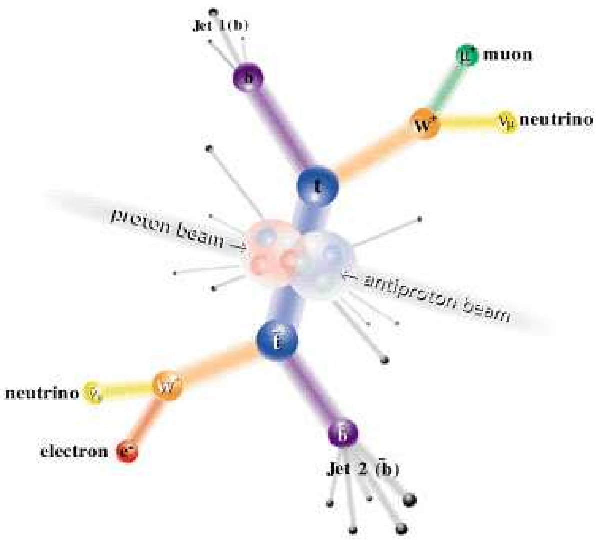
— **Das System aus $b\bar{b}$ Quarks bildet gebun-dene Zustände analog dem Positronium oder dem Wasserstoff.**

— **Die verschiedenen Anregungen haben un-terschiedliche Bahndrehimpuls-, Spin- und Paritätseigenwerte, $\vec{J}^{PC} = (\vec{L} + \vec{S})^{PC}$, und entsprechen jeweils einem Teilchen.**

Die Bottomonium-Spektroskopie liefert ein reiches Feld an Erkenntnissen.

Die Entdeckung des Top Quarks

Die Prinzipskizze



Der Gang der Dinge:

1) $p\bar{p} \longrightarrow t\bar{t}$

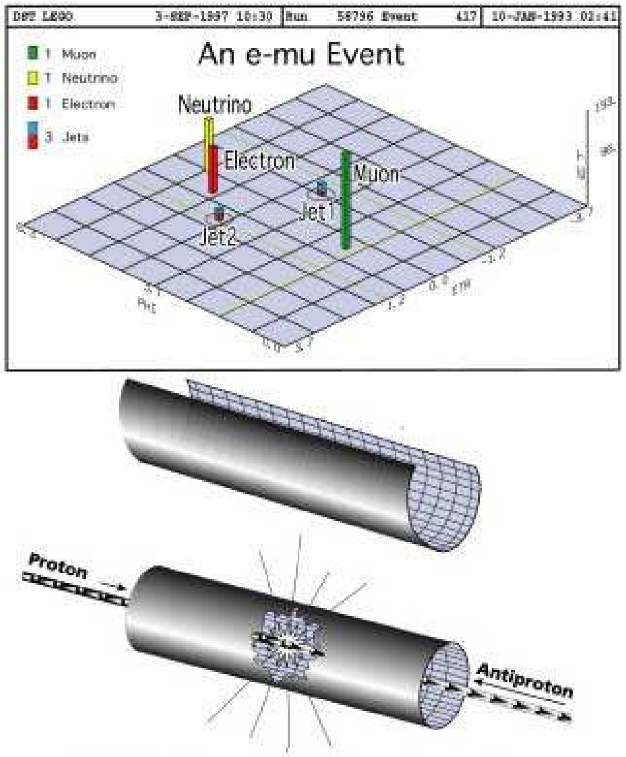
2) $t \longrightarrow W^+ b$

$\bar{t} \longrightarrow W^- \bar{b}$

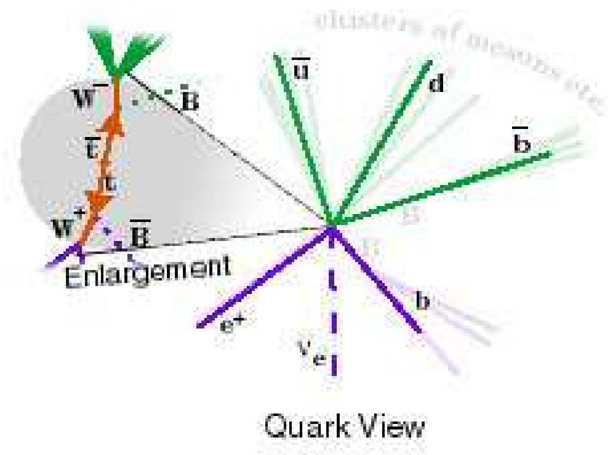
3) $W^+ \longrightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu$

$W^- \longrightarrow e^- \nu_e$

Der Energiefluß



Die Rekonstruktion



– FermiLab $p\bar{p}$ bei $\sqrt{s} \approx 1800$ GeV

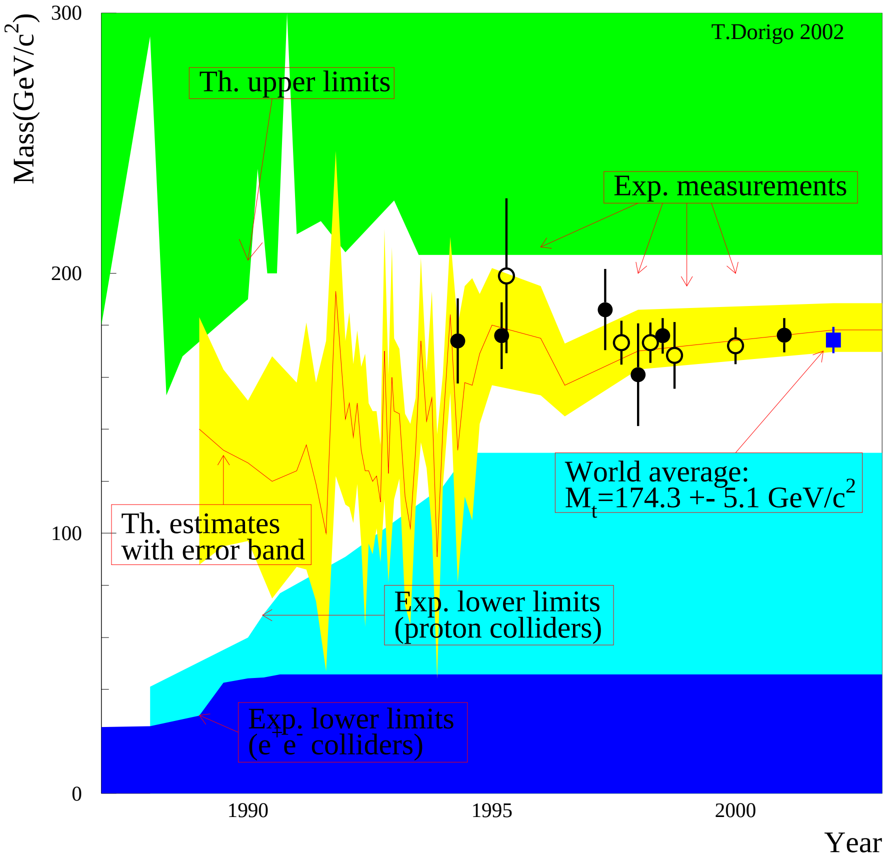
– Experimente CDF und D0

Dieser letzte Quark Baustein wurde 1994-95 am FermiLab entdeckt.

Die Masse des Top Quarks

— **Die Zerfallsbreite:** $\Gamma = \frac{G_F}{8\pi\sqrt{2}} m_t^3 \cdot \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2}\right)^2 \cdot \left(1 + 2\frac{M_W^2}{m_t^2}\right) = 1.55\ \mathrm{GeV}.$

— **Die Lebensdauer:** $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6.58 \cdot 10^{-16}}{1.55 \cdot 10^{9}} s = 4.2 \cdot 10^{-25} s$ **ist wesentlich kleiner als die Zeit zur Hadronformation** $t \approx \frac{\hbar}{\Lambda} \approx 6 \cdot 10^{-24}$**. Das Top Quark zerfällt also als freies Teilchen.**



— **Am Tevatron erfolgt die $t\bar{t}$ Produktion zu etwa 90% im Kanal $q\bar{q} \rightarrow Z/\gamma \rightarrow t\bar{t}$.**

— **Der Top Zerfall: $t\bar{t} \rightarrow b\bar{b}\, W^+ W^-$**

mit: $W^+ \rightarrow (e^+\nu_e), (\mu^+\nu_\mu), (\tau^+\nu_\tau),$

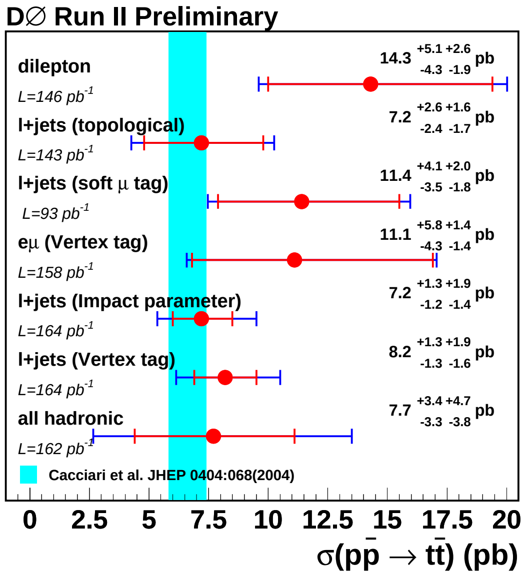
$N_c \cdot (u\bar{d}), N_c \cdot (c\bar{s}).$

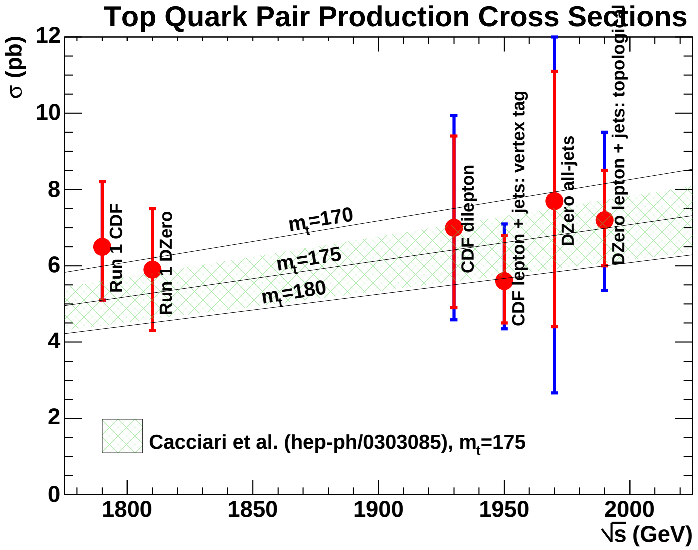
— **Das sind 9 Kanäle, also 81 Möglichkeiten für den Zerfall $W^+W^- \rightarrow X\bar{X}$. Man benutzt $q\bar{q}q\bar{q} = 6 \times 6 = 36$, $q\bar{q}\ell\nu_\ell = 6 \times 4 = 24$ und $\ell\nu_\ell\ell\nu_\ell = 2 \times 2 = 4$ mit $\ell = e, \mu$, da τ Zerfälle in $p\bar{p}$ Reaktionen schlecht zu messen sind.**

— **Die Bestimmung der Top-Masse ist wichtig, da eine Genauigkeit in der Top-Masse von 1 GeV etwa die selbe Einschränkung der Higgs-Masse liefert wie eine Messung der W-Masse auf 7 MeV.**

Eine wunderbare Bestätigung der Theorie, durch direkte und indirekte Messungen.

Top Wirkungsquerschnitt und Massenbestimmung





Die Gegenwart:

— Am Tevatron mit $\sqrt{s_{p\bar{p}}} = 1.96$ TeV ist der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}} = 6.7\,^{+\,0.9}_{-\,0.7}$ pb für $m_t = 175$ GeV. Das erlaubt bei einer Luminosität von $\mathcal{L}_{\mathrm{int}} = 2$ fb^{-1}, (z.Z. 0.2 fb^{-1}) eine Genauigkeit von $\Delta m_t \approx 2$ GeV .

Die verschiedenen Methoden:

— Dilepton $= \ell\nu_\ell\ell\nu_\ell$, $\quad$ eμ $= e\nu_e\mu\nu_\mu$

— L + jets $= \ell\nu_\ell\, q\bar{q}$, $\quad$ all hadronic $= q\bar{q}\, q\bar{q}$

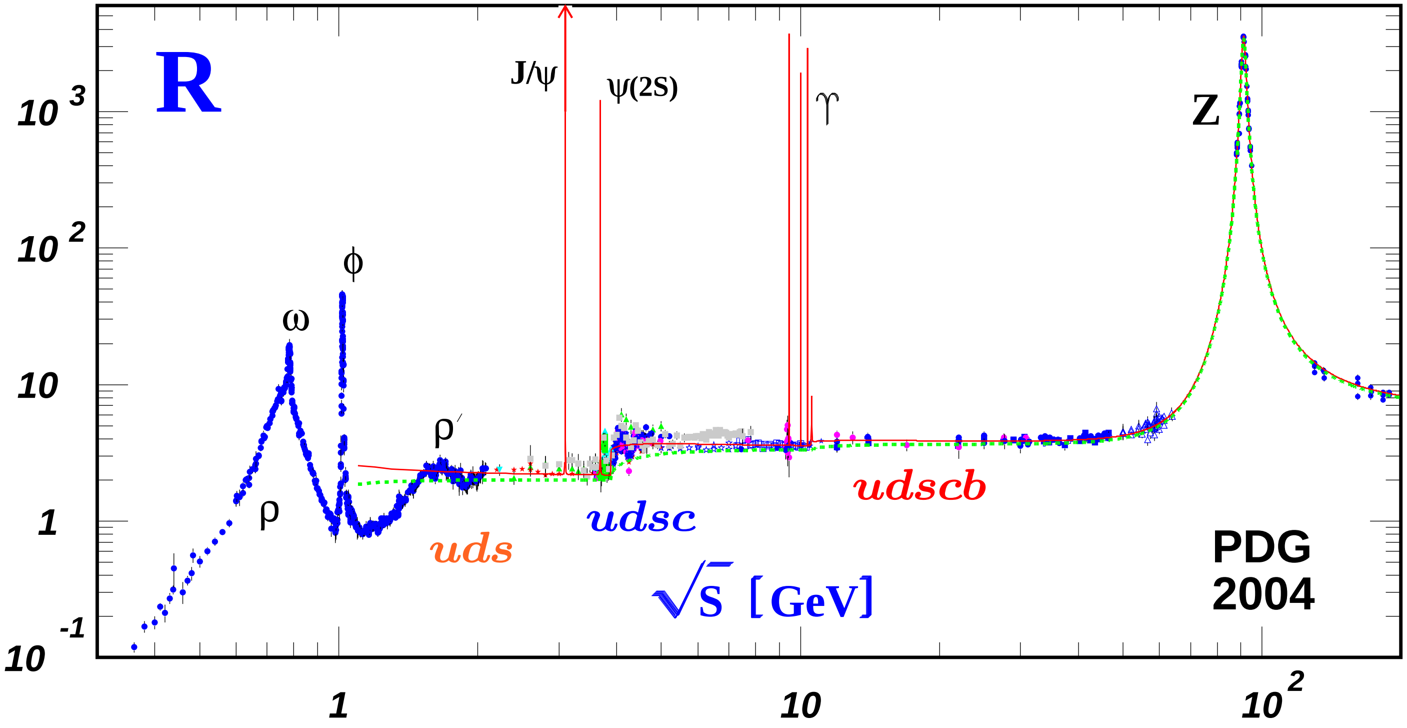
Die Zukunft:

— LHC: mit $\sqrt{s_{pp}} = 14$ TeV und $\sigma_{t\bar{t}} \approx 840$ pb, bei $\mathcal{L}_{\mathrm{int}} = 10$ fb^{-1} $\Rightarrow$ $\Delta m_t \approx 1$ GeV .

— LC mit $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 0.5$ TeV und $\sigma_{t\bar{t}} \approx 1$ pb, bei $\mathcal{L}_{\mathrm{int}} = 100$ fb^{-1} $\Rightarrow$ $\Delta m_t \approx 0.1$ GeV aus Energie-Scans an der Produktionsschwelle.

Es wird noch lange dauern, bis wir die Top-Masse auf 100 MeV genau kennen werden.

Das R-Verhältnis



— **Das Verhältnis des Wirkungsquerschnitts der Hadron-Produktion zur Myon-Produktion im Kontinuum wird R genannt:**

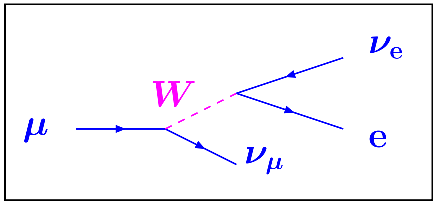
$$\boxed{R = \frac{\sigma(e^+e^- \to hadrons)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = N_c \cdot \sum_f Q_f^2}$$

— $R(uds) = 3 \cdot (\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}) = 2$, $R(udsc) = \frac{10}{3}$, $R(udscb) = \frac{11}{3}$, $R(udscbt) = \frac{15}{3}$.

Das R-Verhältnis ist eine der schönsten Bestätigungen des Farbfreiheitsgrades, $N_c \equiv 3$.

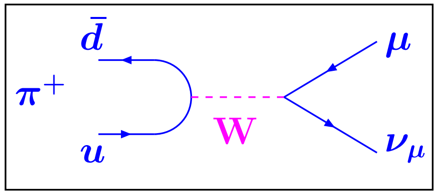
Der Cabibbo-Winkel

— **Teilchen-Dubletts:** $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}$ **und** $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$.

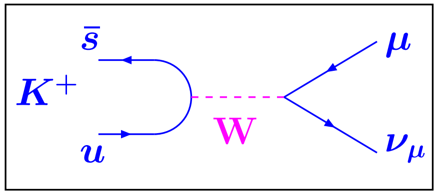


— **Die W-Bosonen vermitteln die Übergänge in den Familien, z.B.:**

— **Das erklärt den Zerfall $\pi^+ \longrightarrow \mu^+\nu_\mu$ als $u \longrightarrow d$ Übergang,**

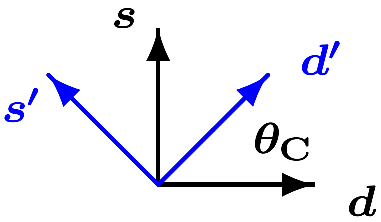


aber für $K^+ \longrightarrow \mu^+\nu_\mu$ also $u \longrightarrow s$ ist dann kein Platz.



— **Der Ausweg: Die W-Bosonen koppeln nicht an die Flavour-Eigenzustände, z.B. d, sondern an die Eigenzustände zur schwachen WW, z.B. d', die durch eine unitäre Transformation aus den Flavour-Eigenzuständen erzeugt werden:**

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$



— **Das gibt Kopplungen proportional zu $\cos\theta_C$ für $u \longrightarrow d$ und $\sin\theta_C$ für $u \longrightarrow s$, und damit $\frac{\sigma(K^+\rightarrow\mu^+\nu_\mu)}{\sigma(\pi^+\rightarrow\mu^+\nu_\mu)} \approx \tan\theta_C$, was experimentell, mit $\sin\theta_C = 0.23$, sehr gut bestätigt ist.**

Die Mischung der Quarks erhält die Universalität der schwachen Wechselwirkung.

Die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) Matrix

– **Drei Flavour**
⇒ **CKM-Matrix** $\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$, **mit** $V = R_1\, R_2\, R_3$

$$R_1 = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\; R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix},\; R_3 = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_3} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}$$

mit $s_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$ **und** $c_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}$.

– **Es gibt 4 reelle Parameter,** $4 = 18\,[9 \text{ komplexe Elemente}] - 9\,[V^\dagger V = 1] - 5\,[\text{Quarkphasen}]$: $s_{12}, s_{23}, s_{13}, \delta_{13}$. **Eine Rotation hat drei relle Winkel ⇒ Es gibt eine komplexe Phase.**

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 0.9739 - 0.9751 & 0.221 - 0.227 & 0.0029 - 0.0045 \\ 0.221 - 0.227 & 0.9730 - 0.9744 & 0.039 - 0.044 \\ 0.0048 - 0.014 & 0.037 - 0.043 & 0.9990 - 0.9992 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1-\epsilon & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1-\epsilon & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1-\epsilon \end{pmatrix}$$

PDG 2004

Die CKM-Matrixelemente zeigen eine klare Hierarchie.

Die Wolfenstein-Parametrisierung

– Da c_{13} sehr nahe an 1 ist, $1 - c_{13} < 10^{-5}$, ergibt sich:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23} \end{pmatrix}$$

– Ansatz: $s_{12} = \lambda$, $s_{23} = A\lambda^2$, $s_{13} = A\lambda^3\sqrt{\rho^2+\eta^2}$, und $\tan\delta_{13} = \frac{\eta}{\rho}$,
mit A und $\sqrt{\rho^2+\eta^2} = \mathcal{O}(1)$

– Benutze: $c_{ij} \approx 1 - \frac{\theta_{ij}^2}{2} \approx 1 - \frac{s_{ij}^2}{2}$, , und $e^{-i\delta_{13}} = \cos\delta_{13} - i\sin\delta_{13}$.

$$\left.\begin{array}{l} - \; e^{-i\delta_{13}} = \cos\delta_{13}(1 - i\tan\delta_{13}) = \frac{\cos\delta_{13}}{\rho}(\rho - i\eta) \\ - \; A\lambda^3\sqrt{\rho^2+\eta^2} = A\lambda^3\rho\sqrt{1+\tan\delta_{13}^2} = A\lambda^3\frac{\rho}{\cos\delta_{13}} \end{array}\right\} \quad s_{13}\cdot e^{-i\delta_{13}} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$$

– Einsetzen der Terme liefert die Wolfenstein-Parametrisierung

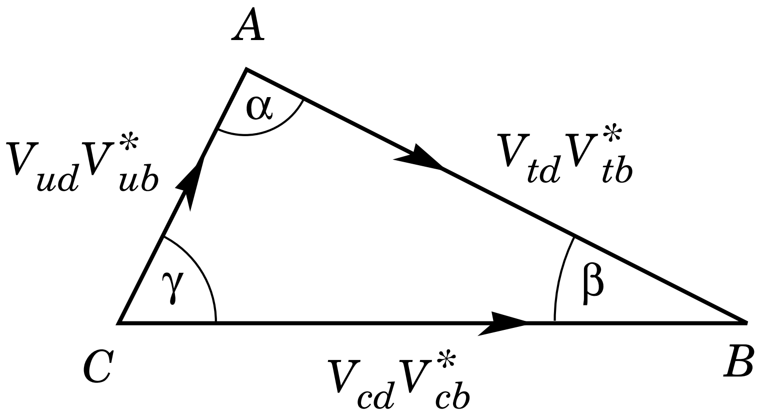
$$V = \begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

Bei der Analyse der CKM-Matrix wird diese Parametrisierung häufig verwendet.

Von der CKM-Matrix zum Unitaritätsdreieck

– **Unitarität:** $V^\dagger V = \begin{pmatrix} V_{ud}^\star & V_{cd}^\star & V_{td}^\star \\ V_{us}^\star & V_{cs}^\star & V_{ts}^\star \\ V_{ub}^\star & V_{cb}^\star & V_{tb}^\star \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

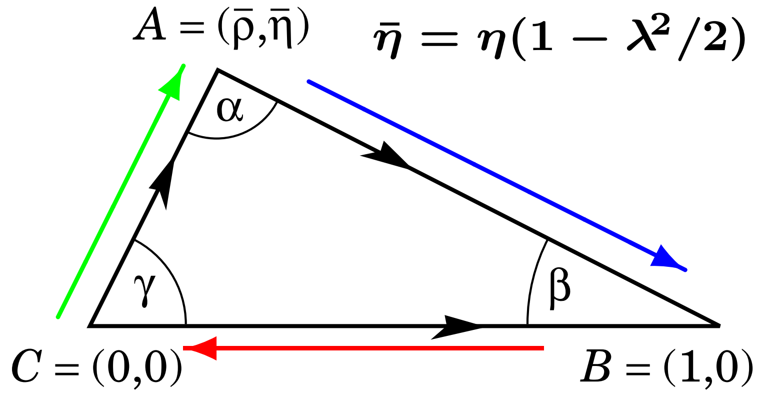
– **Die Darstellung einer Unitaritätsbedingung z.B.**
$V_{3k}^\star V_{k1} = 0 = V_{ub}^\star V_{ud} + V_{cb}^\star V_{cd} + V_{tb}^\star V_{td}$
in der komplexen Zahlenebene liefert ein Unitaritätsdreieck.



– **In der Wolfenstein-Parametrisierung, entwickelt bis $\mathcal{O}(\lambda^5)$, lautet diese Unitaritätsbedingung:**
$A\lambda^3(\bar\rho + i\bar\eta) - A\lambda^3 + A\lambda^3(1 - \bar\rho - i\bar\eta) = 0$

$\bar\rho = \rho(1 - \lambda^2/2)$
$\bar\eta = \eta(1 - \lambda^2/2)$

– **Normiert man $V_{cb}^\star V_{cd} = A\lambda^3$ auf 1 so folgt:**
$(\bar\rho + i\bar\eta) + (1 - \bar\rho - i\bar\eta) - 1 = 0$



Bei CP-Erhaltung sind die Dreiecksflächen Null.

Messungen der CKM-Matrixelemente (PDG 2004)

- $|V_{ud}| = 0.9738 \pm 0.0005$ O(0.05%) aus dem Neutron- und aus Kern β-Zerfällen.
- $|V_{us}| = 0.2200 \pm 0.0026$ O(1%) aus $K^{\pm} \to \pi^0 e^{\pm} \nu_e$ und $K^0 \to \pi^{\mp} e^{\pm} \nu_e$ Zerfällen.
- $|V_{cd}| = 0.224 \pm 0.012$ O(5%) aus Neutrino-Nukleon Streuung an d Quarks, $\nu_\mu\, d \to c\, \mu^-$ und $\bar{\nu}_\mu\, \bar{d} \to \bar{c}\, \mu^+$.
- $|V_{cs}| = 0.996 \pm 0.013$ O(1%) indirekt aus W Zerfällen am LEP Beschleuniger. Das Verhältnis von leptonischen, $W \to \ell\nu$ mit $\ell = e, \mu$, und hadronischen, z.B. $W \to c\, s$, Zerfällen, liefert $\sum_{i,j} |V_{ij}|^2$ mit $i = u, c$ und $j = d, s, b$. Die anderen Terme in der Summe sind entweder klein oder gut bekannt. Damit folgt $|V_{cs}|$.
- $|V_{cb}| = 0.0413 \pm 0.0015$ O(4%) aus $B^+ \to \bar{D}^\star \ell^+ \nu_\ell$ Zerfällen unter Benutzung der Heavy Quark Effective Theory, HQET.
- $|V_{ub}| = 0.00367 \pm 0.00047$ O(13%) aus semileptonischen $b \to u \ell^- \bar{\nu}_\ell$ Zerfällen, und exklusive aus $B \to \pi^0(\rho^0)\ell\nu_\ell$.
- $|V_{tb}| = 0.97\,^{+0.16}_{-0.12}$ O(15%) aus semileptonischen $t \to q \ell^+ \bar{\nu}_\ell$ Zerfällen, $q = b, s, d$, folgt $\frac{|V_{tb}|^2}{|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2} = 0.94\,^{+0.31}_{-0.24}$.
- $|V_{ts}|$ und $|V_{td}|$ Die Elemente konnten noch nicht bestimmt werden.

Unsere Kenntnis der Matrixelemente ist sehr unterschiedlich.

Zusammenfassung

- Das Pauli-Prinzip erzwingt einen neuen Freiheitsgrad, die Farbladung.
- Die Messung des R-Verhältnisses liefert $N_c \equiv 3$.
- Als freie Teilchen kommen nur farbneutrale Zustände vor. Dies ist für $|\, q\bar{q} \,\rangle$ und $|\, qqq \,\rangle$ möglich und verbietet Zustände wie $|\, qq \,\rangle$.
- Die Gluonen sind die Träger der starken Wechselwirkung. Sie haben selber Farbladung. Deswegen existiert die Selbstkopplung, $g \longrightarrow gg$. Photonen haben keine elektrische Ladung und deswegen existiert der Vertex $\gamma \longrightarrow \gamma\gamma$ nicht!
- Unser Verständnis der Quark- und Hadronmassen ist nur qualitativ.
- Die Mesonen aus $c\bar{c}$ und $b\bar{b}$ bilden gebundene, wasserstoffähnliche Zustände, Charmonium und Bottomonium. Das Top Quark ist so schwer, dass es zerfällt, bevor es gebundene Zustände ausbilden kann.
- Die W-Bosonen koppeln an die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung, die durch eine Rotation mit der CKM-Matrix aus den Flavour-Eigenzuständen hervorgehen.
- Die CKM-Matrix enthält eine komplexe Phase. Dies erzwingt die Verletzung der CP-Invarianz.
- Die Elemente der CKM-Matrix sind mit sehr verschiedener Präzision bekannt.